

Mathematik – Klausur Q-Phase

Funktionsuntersuchung · Ganzrationale Funktionen

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 40 Punkte

Hinweise: Begründen Sie Ihre Ergebnisse und dokumentieren Sie alle wesentlichen Rechenschritte. Ergebnisse dürfen als Brüche angegeben werden. Ein Taschenrechner ist zulässig, sofern von der Lehrkraft erlaubt.

Aufgabe 1 – Untersuchung einer Funktion (30 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ($x \in \mathbb{R}$).

- a) Bestimmen Sie die ersten drei Ableitungen von f . **(3 P.)**
- b) Berechnen Sie sämtliche Nullstellen von f und geben Sie deren Vielfachheiten an. **(6 P.)**
- c) Bestimmen Sie alle Extrempunkte und weisen Sie jeweils nach, ob ein Hoch- oder Tiefpunkt vorliegt. **(8 P.)**
- d) Berechnen Sie den Wendepunkt und überprüfen Sie die hinreichende Bedingung. **(5 P.)**
- e) Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangente und der Normalen im Wendepunkt. **(6 P.)**
- f) Geben Sie die Intervalle an, in denen f streng monoton steigt bzw. fällt. **(2 P.)**

Aufgabe 2 – Veränderung durch einen Parameter (10 P.)

Für $a > 1$ wird die Funktionenschar $g_a(x) = a \cdot f(x)$ betrachtet.

- a) Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunkts von g_a in Abhängigkeit von a . **(4 P.)**
- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente von g_a in Abhängigkeit von a . **(4 P.)**
- c) Erläutern Sie, wie sich der Wendepunkt und die Steigung der Wendetangente verändern, wenn a größer wird. **(2 P.)**

Viel Erfolg!