

Mathematik – Klausur

Q-Phase (Jahrgang 11) | Analysis: Nullstellen, Ableitungen und Extrema

Name: _____ Datum: _____

Arbeitszeit: 90 Minuten Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

Hinweise: Rechenwege vollständig und nachvollziehbar darstellen. Ergebnisse begründen und bei Skizzen wichtige Punkte beschriften. Ein Taschenrechner ist zugelassen.

Aufgabe 1 – Untersuchung einer ganzrationalen Funktion (30 P.)

Gegeben: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- a) (5 P.)** Bestimmen Sie alle Nullstellen von f und geben Sie deren Vielfachheiten an.
- b) (4 P.)** Berechnen Sie $f'(x)$ und $f''(x)$.
- c) (7 P.)** Ermitteln Sie die stationären Stellen mit $f'(x) = 0$ und bestimmen Sie Art und Koordinaten der Extrempunkte.
- d) (5 P.)** Bestimmen Sie den Wendepunkt und berechnen Sie die Steigung der Tangente dort.
- e) (6 P.)** Geben Sie die Monotonieintervalle an und zeichnen Sie eine beschriftete Skizze des Graphen.
- f) (3 P.)** Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen bei $x = 0$.

Aufgabe 2 – Nullstellen und Steigung (12 P.)

Gegeben: $g(x) = x^2 - 4x + 3$.

- a) (4 P.)** Berechnen Sie die Nullstellen und den Schnittpunkt mit der y-Achse.
- b) (4 P.)** Bestimmen Sie den Scheitelpunkt und erläutern Sie, ob ein Hoch- oder Tiefpunkt vorliegt.
- c) (4 P.)** Bestimmen Sie $g'(x)$. In welchen Bereichen ist der Graph fallend bzw. steigend?

Aufgabe 3 – Einfache Extremwertaufgabe (10 P.)

Situation: Ein Rechteck hat einen Umfang von 20 cm. Eine Seite ist x cm lang.

- a) (3 P.)** Stellen Sie den Flächeninhalt $A(x)$ als Funktion von x auf und geben Sie den sinnvollen Definitionsbereich an.
- b) (5 P.)** Bestimmen Sie mithilfe der Ableitung die Seitenlängen, bei denen der Flächeninhalt maximal ist.

c) (2 P.) Geben Sie den maximalen Flächeninhalt mit Einheit an.

Aufgabe 4 – Ableitungsregeln (8 P.)

a) (2 P.) Leiten Sie $h(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5$ ab.

b) (2 P.) Leiten Sie $k(x) = (x + 1)(x - 2)$ ab.

c) (2 P.) Leiten Sie $p(x) = (2x - 1)^2$ ab.

d) (2 P.) Bestimmen Sie die Steigung von $q(x) = x^2 - 6x$ an der Stelle $x = 4$.

Viel Erfolg!