

# Mathematik – Klausur: Differenzialrechnung / Analysis

*Jahrgang 11 · Gymnasiale Oberstufe (Q-Phase)*

|                              |                   |
|------------------------------|-------------------|
| Name: _____                  | Datum: _____      |
| Bearbeitungszeit: 90 Minuten | Gesamt: 60 Punkte |

Hinweise: Rechenwege nachvollziehbar angeben. Ergebnisse begründen, wenn dies verlangt wird. Skizzen mit beschrifteten Achsen anfertigen. Ein Taschenrechner darf nach Vorgabe der Lehrkraft verwendet werden.

## Aufgabe 1 – Kurvendiskussion (30 P.)

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$ .

- Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit der x-Achse und mit der y-Achse. Geben Sie die Vielfachheit der Nullstellen an. (6 P.)
- Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung  $f'(x)$  und  $f''(x)$ . (4 P.)
- Bestimmen Sie alle Extrempunkte rechnerisch und begründen Sie, ob Hoch- oder Tiefpunkte vorliegen. (8 P.)
- Bestimmen Sie den Wendepunkt rechnerisch und prüfen Sie, ob tatsächlich ein Wendepunkt vorliegt. (6 P.)
- Untersuchen Sie die Monotonie-Intervalle und skizzieren Sie den Graphen mithilfe Ihrer Ergebnisse. (6 P.)

## Aufgabe 2 – Ganzrationale Funktion bestimmen (12 P.)

Gesucht ist eine Funktion dritten Grades  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

Der Graph geht durch die Punkte A(0 | 0), B(1 | 0) und C(3 | 0). Die Tangentensteigung an der Stelle  $x = 0$  beträgt 3.

- Stellen Sie die vier Bedingungen als Gleichungen auf. (4 P.)
- Bestimmen Sie a, b, c und d und geben Sie  $g(x)$  an. (6 P.)
- Kontrollieren Sie zwei der gegebenen Bedingungen durch Einsetzen. (2 P.)

## Aufgabe 3 – Extremwertproblem (10 P.)

Aus einem 20 m langen Zaun soll ein rechteckiger Garten vollständig eingezäunt werden. Die Seitenlängen heißen x und y.

- Stellen Sie y in Abhängigkeit von x dar und zeigen Sie, dass für die Fläche  $A(x) = x(10 - x)$  gilt. Geben Sie den sinnvollen Definitionsbereich an. (4 P.)
- Berechnen Sie die Seitenlängen, bei denen die Fläche maximal ist. Begründen Sie das Maximum mithilfe der Ableitung. (4 P.)
- Berechnen Sie die maximale Fläche und nennen Sie ihre Einheit. (2 P.)

#### Aufgabe 4 – Ableitungsregeln (8 P.)

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab. Geben Sie bei b) die verwendete Regel an.

a)  $h(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 7$ . (4 P.)

b)  $k(x) = (x + 2)(x^2 - 1)$ . (4 P.)

Viel Erfolg!