	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 1 Schnittpunkte linearer Funktionen ablesen	Name:

Lineare Funktion: Die Funktionsgleichung einer linearen Funktion hat die allgemeine Form:

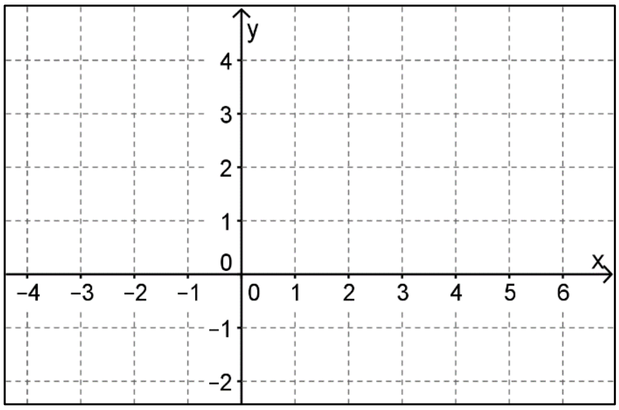
$$\boldsymbol{f(x) = a \cdot x + b} \quad \textbf{bzw.} \quad \boldsymbol{y = a \cdot x + b}$$

$\boldsymbol{f(x)}$ **bzw.** $\boldsymbol{y}$**:** Funktionswert an der Stelle x
$\boldsymbol{a}$**:** Steigung
$\boldsymbol{b}$**:** y – Achsenabschnitt
$\boldsymbol{a \cdot x + b}$**:** Funktionsterm

Aufgabe 1:
Gegeben sind die linearen Funktionen $\boldsymbol{f(x) = 3x - 1}$ und $\boldsymbol{g(x) = 4 - 2x}$.

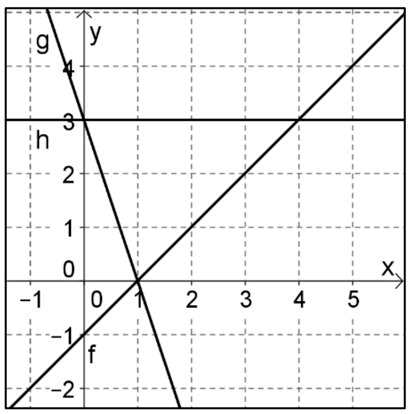
a) Markiere in den Gleichungen die Steigung rot und den y – Achsenabschnitt grün.

b) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in das nebenstehende Koordinatensystem.
c) Zeichne auch jeweils das Steigungsdreieck ein.
d) Lies die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden ab und gib sie an.



Aufgabe 2:
In dem nebenstehenden Koordinatensystem sind die drei Geraden f, g und h abgebildet.

a) Gib die Steigungen der Geraden an.
b) Gib die Koordinaten der drei entstandenen Schnittpunkte A, B und C an.



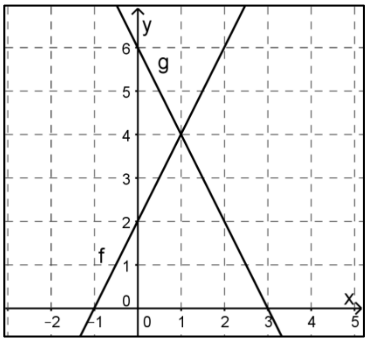
Aufgabe 3:
a) Zeichne den Graphen der Funktion $y = 0{,}5x + 1$ in ein Koordinatensystem.
b) Zeichne **eine** Gerade ein, die diesen Graphen im Punkt S(4; 3) schneidet.
c) Stelle die Funktionsgleichung zu dieser Geraden auf.

Aufgabe 4*:
Wie viele gemeinsame Punkte können zwei lineare Funktionen haben?

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	Schlaue Seite - Teil 1	Name:

Schnittpunkte linearer Funktionen (Buch, S.42)

Die Funktionen $f(x) = 2x + 2$ und $g(x) = -2x + 6$ sind Beispiele für **lineare Funktionen**.
Die Terme $2x + 2$ und $-2x + 6$ nennt man die **Funktionsterme** der Funktionen.



In der Abbildung siehst du die Graphen der beiden linearen Funktionen $f(x) = 2x + 2$ und $g(x) = -2x + 6$.

Aufgabe 1: Lies die Koordinaten des Schnittpunktes ab: S(__|__)

Aufgabe 2: Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes in der vorgegebenen Schrittfolge im Buch (S. 42.)

1. Schritt: Funktionsterme gleichsetzen $2x + 2 =$ ____________

2. Schritt: Gleichung nach x umformen ____________

____

____

3. Schritt: x – Wert in eine Gleichung einsetzen f (___) = ____________

4. Schritt: Funktionswert ausrechnen f (___) = _____

5. Schritt: Schnittpunkt S angeben S(__|__)

Probe

Um die errechneten **Lösungen zu überprüfen**, macht man eine **Probe**. Dabei setzt man die errechneten Werte in die Ausgangsgleichung ein und berechnet, ob das passende Ergebnis herauskommt.

Beispiel:

Die linearen Funktionen $f(\boldsymbol{x}) = 3\boldsymbol{x} + 1$ und $g(\boldsymbol{x}) = -4\boldsymbol{x} + 15$ schneiden sich im Punkt S(**2**|7).

Probe: Man setzt den **x – Wert** in eine der beiden Funktionsgleichungen ein:

$$f(\mathbf{2}) = 3 \cdot \mathbf{2} + 1 = 7 \ \underline{\text{oder}}\ g(\mathbf{2}) = -4 \cdot \mathbf{2} + 15 = 7$$

In beiden Fällen kommt der y – Wert 7 raus, also wurde der Schnittpunkt richtig berechnet.

Aufgabe 3: Überprüfe dein Ergebnis aus Aufgabe 2 mit einer Probe auf diesem Blatt:

____

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 2 Lineare Gleichungssysteme	Name:

Lineares Gleichungssystem: Zwei lineare Gleichungen **mit zwei Variablen** bilden ein lineares Gleichungssystem.

Beispiel: Man kann die linearen Funktionen $y = 6x + 4$ und $y = -2x + 20$ auch als lineare Gleichungen mit den Variablen x und y auffassen. Sie bilden zusammen ein lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} &\mathbf{I} \quad \boldsymbol{y} = \mathbf{6}\boldsymbol{x} + \mathbf{4} \\ &\mathbf{II} \quad \boldsymbol{y} = -\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{20} \end{aligned}$$

Die **Lösung** dieses Gleichungssystems ist x = 2 und y = 16, also der **Punkt** S(2; 16)

Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

Zum Lösen eines linearen Gleichungssystems gibt es unterschiedliche Lösungsverfahren.

1. Das Gleichsetzungsverfahren:

Das Gleichsetzungsverfahren ist ein Verfahren, das man anwendet, wenn beide Gleichungen nach der gleichen Variablen umgestellt sind: (siehe Buch, S. 42)

Gleichungssysteme der Form: $\mathbf{I} \quad \boldsymbol{y} = 6x + 4$

$\underline{\mathbf{II} \quad \boldsymbol{y} = -2x + 20}$ lassen sich durch **Gleichsetzen** lösen:

$$\mathbf{I = II}$$
$$6x + 4 = -2x + 2$$

Umstellen nach x: $x = 2$

Einsetzen der Lösung in I oder II: $y = 6 \cdot 2 + 4 = 16$

Aufgabe 1:

Löse die folgenden Gleichungssysteme auf diesem Blatt mit dem Gleichsetzungsverfahren und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe:

a) $\mathbf{I} \quad \boldsymbol{x} = 5y - 15$
$\underline{\mathbf{II} \quad \boldsymbol{x} = 1 - 3y}$

b) $\mathbf{I} \quad \boldsymbol{x} = 2y - 3{,}5$
$\underline{\mathbf{II} \quad \boldsymbol{x} = 1{,}5 + y}$

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 2 Lineare Gleichungssysteme	Name:

Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

2. Das Einsetzungsverfahren:

Das Einsetzungsverfahren ist ein Verfahren, das man anwendet, wenn eine der beiden Gleichungen schon nach einer Variablen umgestellt ist.

Gleichungssysteme der Form: **I** $3\boldsymbol{x} + 4y = 33$
II $\boldsymbol{x} = 2y + 1$ lassen sich durch **Einsetzen** lösen:

Aufgabe 2:
Löse das Gleichungssystem mit diesem Einsetzungsverfahren:

I $3\boldsymbol{x} + 4y = 33$

II $\boldsymbol{x} = 2y + 1$

Einsetzen von **II in I**:

Aufgabe 3: Löse die folgenden Gleichungssysteme mit dem Einsetzungsverfahren und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a) I $5y - 9x = 24$
II $y = 3x$

b) I $6x = -18y$
II $7y + 53 = x$

Aufgabe 4*: Löse die folgenden Gleichungssysteme mit dem Einsetzungsverfahren und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a) I $6x + 3y = 6$
II $4x + 47 = y$

b) I $x + y = 50$
II $2x = 2y + 20$

	**Lineare Gleichungssysteme (LGS)**	Datum:
	Schlaue Seite - Teil 2	Name:

Lineare Gleichungssysteme

Lineares Gleichungssystem: Zwei lineare Gleichungen **mit zwei Variablen** bilden ein lineares Gleichungssystem. Graphisch sind es **zwei Geraden** in einem Koordinatensystem

Beispiel:

$$\begin{array}{lrl} \mathbf{I} & y = & 6x + 4 \\ \mathbf{II} & y = & -2x + 20 \end{array}$$

Die **Lösung** eines linearen Gleichungssystems ist ein **Punkt**.

Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

1. Das Gleichsetzungsverfahren

Das **Gleichsetzungsverfahren** ist ein Verfahren, das sinnvoll ist, wenn beide Gleichungen nach der gleichen Variablen umgestellt sind.

Aufgabe 1: Löse das folgende Gleichungssystem nach der vorgegebenen Schrittfolge:

$$\begin{array}{lrl} \mathbf{I} & y = & 2x \\ \mathbf{II} & y = & 24 - x \end{array}$$

Schritt 1: Gleichsetzen der Funktionsterme: ______________________________

Schritt 2: Umstellen nach x: ______________________________

____

Schritt 3: Einsetzen der Lösung in eine der Gleichungen: ______________________________

Schritt 4: Lösung: ______________________________

Probe: ______________________________

	**Lineare Gleichungssysteme (LGS)**	Datum:
	Schlaue Seite - Teil 2	Name:

2. Das Einsetzungsverfahren

Das **Einsetzungsverfahren** ist ein Verfahren, das sinnvoll ist, wenn eine der beiden Gleichungen schon nach einer Variablen umgestellt ist.

Aufgabe 2: Löse das folgende Gleichungssystem nach der vorgegebenen Schrittfolge:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 2x - y = 0 \\ \text{II} & y = 24 - x \end{array}$$

Beachte: Ein Minus vor einer Klammer ändert die Vorzeichen in der Klammer
Z. B.: - (4+x) = - 4 - x

Schritt 1: Einsetzen des Funktionsterms einer Gleichung in die andere Gleichung: ______________________

Schritt 2: Klammer auflösen: ______________________

Schritt 3: Zusammenfassen: ______________________

Schritt 4: Nach x umstellen: ______________________

Schritt 3: Einsetzen der Lösung in eine der Gleichungen: ______________________

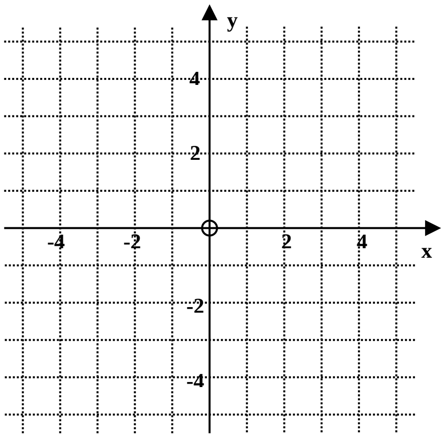
Schritt 4: Lösung: ______________________

Probe: ______________________

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	Rückblick - Lineare Gleichungssysteme	Name:

1. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem: I $y = 2x - 3$
   II $y = -x + 3$

   Bestimme die Lösung des Gleichungssystems zeichnerisch.



2. Bestimme die Lösungen der Gleichungssysteme und führe eine Probe durch.

   a) I $y = x + 10$
   II $y = 5x - 14$

   b) I $2y = 6x - 30$
   II $y = -0{,}5x + 13$

   ★ c) I $3y + x = 32$
   II $2x - 4y = -26$

   ★ d) I $3x - 9y = -33$
   II $-4x + 20y = 96$

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	Schlaue Seite - Teil 3	Name:

3. Das Additionsverfahren

Aufgabe: Schau dir das Video „Additionsverfahren“ auf dem Laptop an und fülle mit Hilfe des Videos diese Seite vollständig aus.

Das **Additionsverfahren** ist ein Verfahren, das sinnvoll ist, wenn durch Addition oder Subtraktion beider Gleichungen eine der beiden Variablen wegfällt.

Schrittfolge	**Lösung**
	$\mathbf{I} \quad 4x + 3y = 15$ $\mathbf{II} \quad 3x - 3y = 6$
Schritt 1: ____________________ ____________________	____________________
Schritt 2: ____________________ ____________________	____________________
Schritt 3: ____________________ ____________________	____________________
Schritt 4: ____________________ ____________________	____________________
Schritt 5: ____________________ ____________________	____________________
Probe:	____________________

	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 3 Additionsverfahren	Name:

Aufgabe 1: Löse die Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahrens und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a) I $3x - 2y = 5$
II $4x + 2y = 44$

b) I $7x + 4y = 9$
II $x - 4y = 79$

Hinweis: Variablen müssen nicht immer x und y heißen, sie können alle Buchstaben haben.

Aufgabe 2: Löse die Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahrens und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a) I $6a - 6b = 9$
II $3a + 6b = 9$

b) I $3r + 6t = 9$
II $3r - 6t = 15$

Hinweis: Manchmal muss man eine oder beide Gleichungen erst umformen.

Beispiel: I $5a - 3b = 16$
II $6a + b = 33$

Multipliziere die Gleichung II mit 3, um 3b zu erhalten.

II $6a + b = 33 \quad | \cdot 3$
II‘ $18a + 3b = 99$

Addiere die Gleichungen I und II‘ wie bisher.

I $5a - 3b = 16$
II‘ $18a + 3b = 99$ +

$23a = 115 \quad | :23$
$\underline{a = 5}$

a einsetzen in II: $6 \cdot 5 + b = 33$
$30 + b = 33 \quad | -30$
$\underline{b = 3}$

Lösung: a = 5 und b = 3

Aufgabe 3: Löse die Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahrens und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a) I $6x + 7y = 55$
II $-8x - 14y = 90$

b) I $8a + 3b = 4$
II $4a - 3{,}5b = -18$

*c) I $3x + 2y = 5$
II $7x + 4y = 21$

*d) I $5x - 3y = -21$
II $2x - 9y = 54$

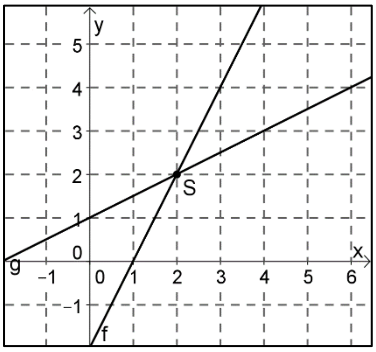
	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 4 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme	Name:

Lineare Gleichungssysteme können **unterschiedlich viele Lösungen** haben. Denke dabei immer daran, dass ein lineares Gleichungssystem aus zwei linearen Funktionen besteht.

Fall 1: Das Gleichungssystem hat **eine Lösung**.

graphisch

Die Geraden schneiden sich.



rechnerisch

I y = 2x – 2

II y = 0,5x + 1

I = II

2x – 2 = 0,5x + 1 |+2

2x = 0,5x + 3 | - 0,5x

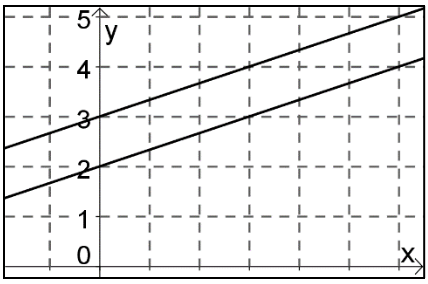
1,5x = 3 | : 1,5

x = 2

Lösung in I: **y =** 2*2 – 2 = **2** → **S(2|2)**

Fall 2: Das Gleichungssystem hat **keine Lösung**.

Die Geraden sind parallel.



I x – 3y = - 6

II x = - 9 +3y

II in I

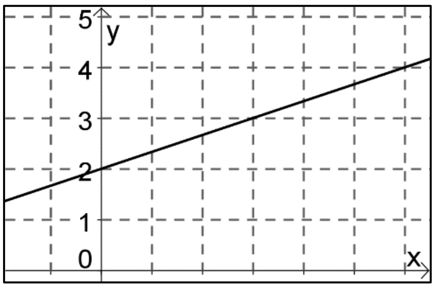
– 9 +3y – 3y = - 6

- 9 = - 6

Das ist eine falsche Aussagen, das heißt, dass das Gleichungssystem **keine Lösung** hat.

Fall 3: Das Gleichungssystem hat **unendlich viele Lösungen**.

Die Geraden sind identisch.



I x = - 6 + 3y

II 2x - 6y = - 12

I in II

2(- 6 + 3y) -6y = - 12

– 12 +6y – 6y = - 12

– 12 = – 12

Das ist eine wahre Aussagen, das heißt, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

Aufgaben: Bearbeite Im Buch auf S. 51 folgende Aufgaben:

Nr. 33 a bis d *Nr. 34; 35 a

	**Lineare Gleichungssysteme (LGS)**	Datum:
	Schlaue Seite - Teil 4	Name:

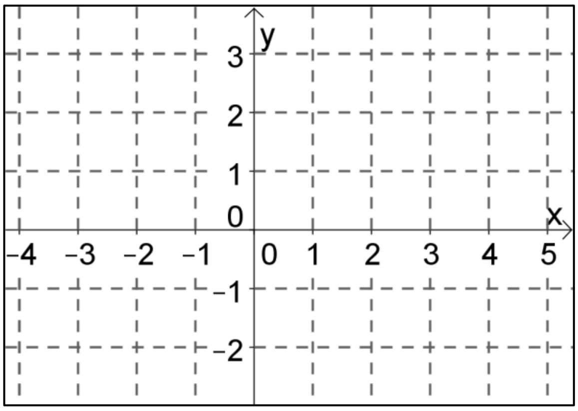
Unterschiedliche Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme

Fall 1: Ein lineares Gleichungssystem hat **eine Lösung**, wenn es **genau einen** x – Wert und **einen** y – Wert gibt.

Graphisch:

Die beiden zugehörigen Geraden ________________ sich.

Aufgabe: Zeichne in das nebenstehende Koordinatensystem ein Beispiel für diesen Fall.

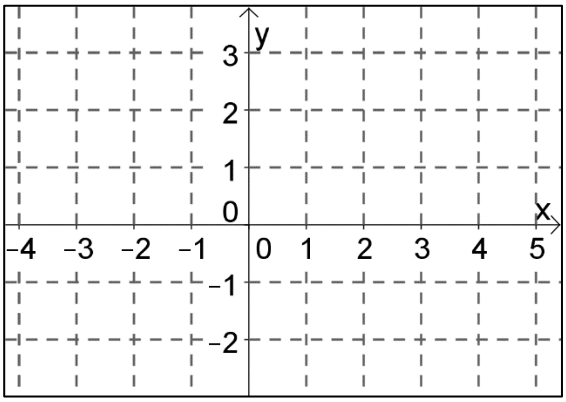


Fall 2: Ein lineares Gleichungssystem hat **keine Lösung**, wenn es **keinen** x – Wert und **keinen** y – Wert als Lösung gibt.

Graphisch:

Die beiden zugehörigen Geraden sind ________________.

Aufgabe: Zeichne in das nebenstehende Koordinatensystem ein Beispiel für diesen Fall.

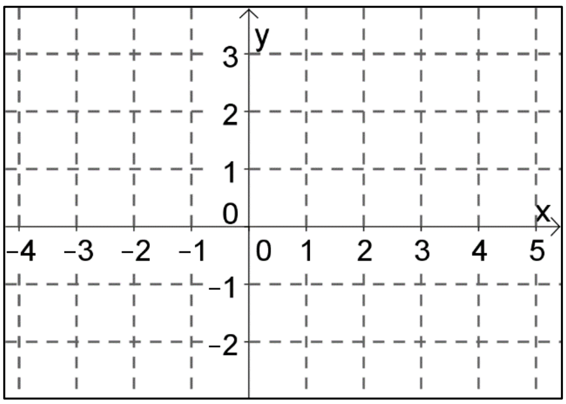


Fall 3: Ein lineares Gleichungssystem hat **unendlich viele Lösung**, wenn es unendlich viele x – Werte und **unendlich viele** y – Werte als Lösungen gibt.

Graphisch:

Die beiden zugehörigen Geraden sind ________________.

Aufgabe: Zeichne in das nebenstehende Koordinatensystem ein Beispiel für diesen Fall. *Gib zwei mögliche Lösungen an.



	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	Datum:
	AB 5 Anwendungsaufgaben	Name:

Aufgabe 1: Lies dir die Beispielaufgabe genau durch.

Aufgabe: Ein Bauer hat auf seinem Hof Kaninchen und Hühner. Die Tiere haben insgesamt 17 Köpfe und 46 Füße. Wie viele Kaninchen und wie viele Hühner hat der Bauer auf seinem Hof?

1. Bedingungen markieren: **- Kaninchen und Hühner**
   - insgesamt 17 Köpfe und 46 Füße

2. Variablen festlegen: **x: Anzahl der Kaninchen**
   y: Anzahl der Hühner

3. Gleichungen aufstellen:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad x + y &= 17 \\ \text{II} \quad 4x + 2y &= 46 \end{aligned}$$

4. Gleichungssystem lösen: **Gleichung I umstellen:**

$$\begin{aligned} x + y &= 17 \quad \vert - x \\ y &= 17 - x \end{aligned}$$

Gleichung II umstellen:

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 46 \quad \vert - 4x \\ 2y &= 46 - 4x \quad \vert : 2 \\ y &= 23 - 2x \end{aligned}$$

Gleichungen I und II gleichsetzen:

$$\begin{aligned} 17 - x &= 23 - 2x \quad \vert + 2x \\ 17 + x &= 23 \quad \vert - 17 \\ \underline{x} &\underline{= 6} \end{aligned}$$

x = 6 in Gleichung I einsetzen:

$$\begin{aligned} y &= 17 - 6 \\ \underline{y} &\underline{= 11} \end{aligned}$$

5. Ergebnissatz formulieren: **Der Bauer hat auf seinem Hof 6 Kaninchen und 11 Hühner.**

Aufgabe 2: Bearbeite Aufgabe a bis c ausführlich in der Schrittfolge aus dem grauen Kasten oben in deinem Heft und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a. Im Park sind viele Spaziergänger mit Hunden. Insgesamt zählen wir 38 Köpfe und 100 Füße. Wie viele Spaziergänger und wie viele Hunde sind im Park?

b. Im Strandhotel gibt es 108 Hotelzimmer. Es gibt insgesamt 156 Betten in den Einzel- und Doppelzimmern. Wie viele Einzelzimmer und wie viele Doppelzimmer hat das Hotel?

c. Die Summe zweier Zahlen beträgt 35, ihre Differenz ist 17. Wie heißen die beiden Zahlen?

Aufgabe 3*: Bearbeite Aufgabe a bis d ausführlich in der Schrittfolge aus dem grauen Kasten auf Seite 1 des ABs in deinem Heft und überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

a. Christina ist fünf Jahre älter als ihre Schwester Liane. Zusammen sind sie 23 Jahre alt. Wie alt ist jede Schwester?

b. In einem Café zahlt Larissa für zwei Milchkaffees und drei belegte Brötchen 8,60 €. Felix zahlt für zwei belegte Brötchen und einen Milchkaffee 4,90 €.
Bestimme den Preis für ein Brötchen und den Milchkaffee.

c. Wie groß ist jeder Winkel in einem gleichschenkligen Dreieck, wenn jeder Basiswinkel doppelt so groß ist wie der Winkel in der Spitze?

d. Für die Urlaubsfahrt nach Amerika tauscht Herr Schulz 500 US-Dollar und 800 kanadische Dollar ein. Die Bank berechnet ihm insgesamt 960,50 €.
Seine Tochter Eva muss für 20 US-Dollar und 50 kanadische Dollar 51,11 € bezahlen. Berechne die Wechselkurse für 100 US-Dollar und 100 kanadische Dollar.