

Band 2 – Funktionen

Teil B: Folien 21–40

Vollständiges Lehrerhandbuch mit Definitionen, Formeln, Beispielen, Aufgaben und Lösungen

© F. Mohajerani | Schuljahr 2026/27

Inhalt

1. Folie 21: Anwendungsaufgabe 1
2. Folie 22: Anwendungsaufgabe 2
3. Folie 23: Sachaufgabe 1
4. Folie 24: Sachaufgabe 2
5. Folie 25: Lineare Modelle
6. Folie 26: Geschwindigkeit
7. Folie 27: Kostenfunktionen
8. Folie 28: Tarife vergleichen
9. Folie 29: Geraden parallel
10. Folie 30: Geraden senkrecht
11. Folie 31: Funktionsgleichung bestimmen
12. Folie 32: Zwei-Punkte-Form
13. Folie 33: Steigung berechnen
14. Folie 34: Fehleranalyse
15. Folie 35: Übung 1
16. Folie 36: Übung 2
17. Folie 37: Quadratische Funktionen
18. Folie 38: Normalparabel
19. Folie 39: Streckung
20. Folie 40: Stauchung

Folie 21: Anwendungsaufgabe 1

Definition

Lineare Funktionen modellieren Situationen mit konstantem Zuwachs oder konstanter Abnahme.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$

Merksatz

Konstante Änderung führt zu einem linearen Modell.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

21. Ein Konto startet mit 120 € und wächst monatlich um 35 €.
22. $b=120$, $m=35$.
23. Modell: $K(x)=35x+120$.
24. Nach 8 Monaten: $K(8)=400$ €.

Aufgabe

Ein Speicher enthält 900 l und verliert pro Minute 25 l. Stelle die Funktion auf und berechne den Inhalt nach 12 Minuten.

Musterlösung

25. Anfangswert $b=900$.
26. Abnahme $m=-25$.
27. $V(t)=-25t+900$.
28. $V(12)=-300+900=600$ l.

MSA-Tipp

Im Sachkontext das Vorzeichen der Änderungsrate begründen.

Folie 22: Anwendungsaufgabe 2

Definition

Eine lineare Anwendung verbindet einen realen Kontext mit einer Geradengleichung und einer sinnvollen Definitionsmenge.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$
- **D im Sachkontext einschränken**

Merksatz

Nicht jeder mathematisch mögliche x-Wert ist sachlich sinnvoll.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

29. Ein Kerzenstummel ist 24 cm hoch und wird pro Stunde 1,5 cm kürzer.

30. $h(t)=-1,5t+24$.

31. Nullstelle: $-1,5t+24=0 \rightarrow t=16$.

32. Sinnvoll: $0 \leq t \leq 16$.

Aufgabe

Ein Tank wird mit 18 l/min gefüllt und enthält anfangs 90 l. Wann sind 360 l erreicht?

Musterlösung

33. $V(t)=18t+90$.

34. $18t+90=360$.

35. $18t=270$.

36. $t=15$ min.

MSA-Tipp

Definitions- und Wertemenge im Kontext prüfen.

Folie 23: Sachaufgabe 1

Definition

Bei Sachaufgaben werden Textinformationen in Variablen, Parameter und Gleichungen übersetzt.

Wichtige Formel(n)

- Startwert $\rightarrow b$
- Änderung pro Einheit $\rightarrow m$

Merksatz

Markiere im Text Anfangswert, Änderungsrate und Einheit.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

37. Ein Mietwagen kostet 45 € Grundgebühr und 0,28 € je Kilometer.

38. $b=45$, $m=0,28$.

39. $K(x)=0,28x+45$.

40. Für 250 km: $K(250)=115$ €.

Aufgabe

Ein Anbieter verlangt 12 € Grundpreis und 0,09 € pro Minute. Berechne die Kosten für 180 Minuten.

Musterlösung

41. $K(x)=0,09x+12$.

42. $K(180)=0,09 \cdot 180 + 12$.

43. $K(180)=16,20+12=28,20$ €.

MSA-Tipp

Am Ende einen Antwortsatz mit Einheit schreiben.

Folie 24: Sachaufgabe 2

Definition

In komplexeren Sachaufgaben werden zwei lineare Modelle verglichen oder ein Schnittpunkt bestimmt.

Wichtige Formel(n)

- $K_1(x) = m_1x + b_1$
- $K_2(x) = m_2x + b_2$
- $K_1(x) = K_2(x)$

Merksatz

Der Schnittpunkt ist die Nutzungsmenge mit gleichen Kosten.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

44. Tarif A: $10 + 0,20x$; Tarif B: $22 + 0,10x$.

45. $10 + 0,20x = 22 + 0,10x$.

46. $0,10x = 12 \rightarrow x = 120$.

47. Beide kosten 34 €.

Aufgabe

Tarif C: $8 + 0,25x$, Tarif D: $20 + 0,15x$. Bestimme den Gleichstand.

Musterlösung

48. $8 + 0,25x = 20 + 0,15x$.

49. $0,10x = 12$.

50. $x = 120$.

51. Kosten: 38 €.

MSA-Tipp

Nach dem Schnittpunkt prüfen, welcher Tarif davor und danach günstiger ist.

Folie 25: Lineare Modelle

Definition

Ein lineares Modell beschreibt eine Größe mit konstantem Änderungsbetrag. Es ist eine vereinfachte mathematische Darstellung der Realität.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$

Merksatz

Modelle sind nützlich, aber nur innerhalb eines passenden Gültigkeitsbereichs.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 52. Temperatur sinkt von 18 °C jede Stunde um 2 °C.
- 53. $T(t)=-2t+18$.
- 54. $T(5)=8$ °C.
- 55. Für lange Zeiten kann das Modell unrealistisch werden.

Aufgabe

Modelliere: Ein Guthaben von 75 € steigt wöchentlich um 12 €; berechne nach 9 Wochen.

Musterlösung

- 56. $G(w)=12w+75$.
- 57. $G(9)=108+75$.
- 58. $G(9)=183$ €.

MSA-Tipp

Bei Modellaufgaben Annahmen und Grenzen kurz benennen.

Folie 26: Geschwindigkeit

Definition

Bei gleichförmiger Bewegung ist die zurückgelegte Strecke proportional zur Zeit; mit Startweg entsteht ein lineares Modell.

Wichtige Formel(n)

- $s=v \cdot t$
- $s(t)=v \cdot t+s_0$
- $v=\Delta s/\Delta t$

Merksatz

Konstante Geschwindigkeit entspricht der Steigung im Zeit-Weg-Diagramm.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

59. Ein Zug fährt konstant 90 km/h.

60. $s(t)=90t$.

61. Nach 2,5 h: $s=90 \cdot 2,5$.

62. $s=225$ km.

Aufgabe

Ein Radfahrer startet bei Kilometer 12 und fährt 18 km/h. Wo ist er nach 1,5 h?

Musterlösung

63. $s(t)=18t+12$.

64. $s(1,5)=27+12$.

65. Position: km 39.

MSA-Tipp

Zeiteinheiten vor dem Einsetzen vereinheitlichen.

Folie 27: Kostenfunktionen

Definition

Eine Kostenfunktion beschreibt Gesamtkosten aus Fixkosten und variablen Kosten.

Wichtige Formel(n)

- $K(x) = k_v \cdot x + K_f$

Merksatz

Fixkosten fallen unabhängig von x an; variable Kosten wachsen mit x.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

66. Fixkosten 800 €, variable Kosten 6 € je Stück.

67. $K(x) = 6x + 800$.

68. Für 150 Stück: $K(150) = 900 + 800$.

69. Gesamtkosten: 1700 €.

Aufgabe

Fixkosten 1200 €, variable Kosten 4,50 € pro Stück. Berechne $K(240)$.

Musterlösung

70. $K(x) = 4,5x + 1200$.

71. $K(240) = 1080 + 1200$.

72. $K(240) = 2280$ €.

MSA-Tipp

Parameter immer mit ihrer wirtschaftlichen Bedeutung erläutern.

Folie 28: Tarife vergleichen

Definition

Tarifvergleiche nutzen mehrere lineare Kostenfunktionen. Der Schnittpunkt zeigt die Nutzungsmenge mit gleichen Kosten.

Wichtige Formel(n)

- $K_A(x) = m_A x + b_A$
- $K_B(x) = m_B x + b_B$

Merksatz

Nicht nur den Schnittpunkt berechnen, sondern Bereiche vergleichen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

73. A: $5 + 0,30x$; B: $17 + 0,15x$.
74. $5 + 0,30x = 17 + 0,15x$.
75. $0,15x = 12 \rightarrow x = 80$.
76. Unter 80 Einheiten ist A günstiger; darüber B.

Aufgabe

A: $9 + 0,18x$; B: $21 + 0,10x$. Bestimme die Grenze.

Musterlösung

77. $9 + 0,18x = 21 + 0,10x$.
78. $0,08x = 12$.
79. $x = 150$.
80. Bei 150 Einheiten kosten beide 36 €.

MSA-Tipp

Für die Entscheidung einen Testwert vor und nach dem Schnittpunkt nutzen.

Folie 29: Geraden parallel

Definition

Zwei verschiedene Geraden sind parallel, wenn sie dieselbe Steigung, aber verschiedene y-Achsenabschnitte haben.

Wichtige Formel(n)

- $m_1 = m_2$
- $b_1 \neq b_2$

Merksatz

Parallel bedeutet gleiche Richtung und kein Schnittpunkt.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

81. $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 2x - 4$.

82. $m_f = 2$, $m_g = 2$.

83. $b_f \neq b_g$.

84. Die Geraden sind parallel.

Aufgabe

Prüfe $f(x) = -3x + 5$ und $g(x) = -3x - 2$.

Musterlösung

85. Beide Steigungen sind -3 .

86. Die y-Achsenabschnitte 5 und -2 sind verschieden.

87. Ergebnis: parallel.

MSA-Tipp

Gleiche Steigung und gleicher Achsenabschnitt bedeutet identische Geraden, nicht zwei parallele verschiedene Geraden.

Folie 30: Geraden senkrecht

Definition

Zwei nicht vertikale Geraden sind senkrecht, wenn ihre Steigungen negative Kehrwerte sind.

Wichtige Formel(n)

- $m_1 \cdot m_2 = -1$
- $m_2 = -1/m_1$

Merksatz

Senkrechte Geraden bilden einen rechten Winkel.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

88. $m_1 = 2$.
89. Negativer Kehrwert: $m_2 = -1/2$.
90. $2 \cdot (-1/2) = -1$.
91. Die Geraden sind senkrecht.

Aufgabe

Bestimme die Steigung einer Geraden, die senkrecht zu $m = -3/4$ verläuft.

Musterlösung

92. Kehrwert von $-3/4$ ist $-4/3$.
93. Vorzeichen wechseln: $4/3$.
94. Gesuchte Steigung: $m = 4/3$.

MSA-Tipp

Nicht nur den Kehrwert bilden, sondern auch das Vorzeichen wechseln.

Folie 31: Funktionsgleichung bestimmen

Definition

Eine lineare Funktionsgleichung wird aus Steigung und einem Punkt oder aus zwei Punkten bestimmt.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$
- $b=y-mx$

Merksatz

Erst m bestimmen, dann b berechnen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

95. Gegeben $m=3$ und $P(2|11)$.

96. $11=3 \cdot 2+b$.

97. $11=6+b \rightarrow b=5$.

98. $f(x)=3x+5$.

Aufgabe

Bestimme die Gerade mit $m=-2$ durch $P(4|-3)$.

Musterlösung

99. $-3=-2 \cdot 4+b$.

100. $-3=-8+b$.

101. $b=5$.

102. $f(x)=-2x+5$.

MSA-Tipp

Zum Schluss den gegebenen Punkt zur Probe einsetzen.

Folie 32: Zwei-Punkte-Form

Definition

Die Zwei-Punkte-Form beschreibt die Gerade durch zwei verschiedene Punkte und basiert auf der berechneten Steigung.

Wichtige Formel(n)

- $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$
- $y - y_1 = m(x - x_1)$

Merksatz

Zwei Punkte mit verschiedenen x-Werten bestimmen genau eine Gerade.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

103. $A(1|4), B(5|12).$

104. $m = (12 - 4) / (5 - 1) = 2.$

105. $y - 4 = 2(x - 1).$

106. $y = 2x + 2.$

Aufgabe

Bestimme die Gerade durch $P(-1|5)$ und $Q(3|-3).$

Musterlösung

107. $m = (-3 - 5) / (3 - (-1)) = -8/4 = -2.$

108. $y - 5 = -2(x + 1).$

109. $y = -2x + 3.$

MSA-Tipp

Bei $x_2 - x_1 = 0$ liegt eine vertikale Gerade vor; sie ist keine Funktion $y = f(x).$

Folie 33: Steigung berechnen

Definition

Die Steigung kann aus zwei Punkten, einem Steigungsdreieck oder direkt aus der Gleichung $y=mx+b$ abgelesen werden.

Wichtige Formel(n)

- $m=\Delta y/\Delta x$

Merksatz

Achte auf Einheiten: Steigung ist Änderung von y pro Einheit x.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

110. $P(2|7), Q(8|1).$

111. $\Delta y=1-7=-6.$

112. $\Delta x=8-2=6.$

113. $m=-1.$

Aufgabe

Berechne m durch A(-4|-2) und B(2|7).

Musterlösung

114. $\Delta y=7-(-2)=9.$

115. $\Delta x=2-(-4)=6.$

116. $m=9/6=3/2.$

MSA-Tipp

Brüche als Steigungen nicht voreilig in Dezimalzahlen umwandeln.

Folie 34: Fehleranalyse

Definition

Fehleranalyse bedeutet, einen falschen Rechenweg systematisch zu untersuchen, die Fehlerstelle zu benennen und korrekt zu verbessern.

Wichtige Formel(n)

- **Kontrolle: Punktprobe, Einheitenprüfung, Plausibilitätsprüfung**

Merksatz

Ein Fehler ist eine Lernchance, wenn seine Ursache klar beschrieben wird.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

117. Falsch: $m = (y_2 - y_1) / (x_1 - x_2)$.
118. Zähler und Nenner verwenden unterschiedliche Reihenfolge.
119. Korrekt: $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$.
120. Beispielwerte erneut einsetzen und prüfen.

Aufgabe

Ein Schüler berechnet für A(1|3), B(5|11): $m = (11 - 3) / (1 - 5) = -2$. Erkläre den Fehler.

Musterlösung

121. Im Zähler wurde B-A gerechnet, im Nenner A-B.
122. Die Reihenfolge muss gleich sein.
123. $m = (11 - 3) / (5 - 1) = 8/4 = 2$.

MSA-Tipp

Bei Fehleraufgaben Ursache und Korrektur getrennt formulieren.

Folie 35: Übung 1

Definition

Diese Übungsfolie bündelt Grundkompetenzen zu linearen Funktionen: Werte berechnen, Graphen zeichnen und Parameter deuten.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$

Merksatz

Bearbeite Teilaufgaben strukturiert und kontrolliere Ergebnisse.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 124. Gegeben $f(x)=-2x+6$.
- 125. $f(-1)=8$, $f(0)=6$, $f(3)=0$.
- 126. $b=6$, $m=-2$.
- 127. Nullstelle $x=3$.

Aufgabe

Für $g(x)=1,5x-3$: Bestimme $g(4)$, b , m und die Nullstelle.

Musterlösung

- 128. $g(4)=6-3=3$.
- 129. $b=-3$.
- 130. $m=1,5$.
- 131. $0=1,5x-3 \rightarrow x=2$.

MSA-Tipp

Bei Mehrfachaufgaben jede Teilfrage sichtbar nummerieren.

Folie 36: Übung 2

Definition

Diese Vertiefungsfolie verbindet lineare Funktionsgleichungen mit Sachkontexten und Schnittpunkten.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$
- $f(x)=g(x)$

Merksatz

Modell aufstellen, rechnen, Ergebnis deuten.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

132. $A(x)=0,18x+12$; $B(x)=0,10x+24$.
133. Gleichsetzen: $0,18x+12=0,10x+24$.
134. $0,08x=12 \rightarrow x=150$.
135. Beide kosten 39 €.

Aufgabe

$C(x)=0,25x+8$; $D(x)=0,13x+20$. Bestimme den Schnittpunkt und deute ihn.

Musterlösung

136. $0,25x+8=0,13x+20$.
137. $0,12x=12 \rightarrow x=100$.
138. Kosten: 33 €.
139. Bei 100 Einheiten sind beide Tarife gleich teuer.

MSA-Tipp

Beim Deuten immer die Bedeutung von x- und y-Koordinate nennen.

Folie 37: Quadratische Funktionen

Definition

Eine quadratische Funktion hat die Form $f(x)=ax^2+bx+c$ mit $a\neq 0$. Ihr Graph ist eine Parabel.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=ax^2+bx+c$

Merksatz

Das Vorzeichen von a bestimmt die Öffnungsrichtung.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

140. $f(x)=2x^2-4x+1$.
141. $a=2>0$: Parabel öffnet nach oben.
142. $c=1$: y-Achsenabschnitt $(0|1)$.
143. Weitere Eigenschaften werden über Scheitelpunkt und Nullstellen bestimmt.

Aufgabe

Untersuche $g(x)=-x^2+6x-5$ hinsichtlich Öffnung und y-Achsenabschnitt.

Musterlösung

144. $a=-1<0$: Öffnung nach unten.
145. $c=-5$.
146. y-Achsenabschnitt: $(0|-5)$.

MSA-Tipp

Parameter a , b und c zuerst sauber identifizieren.

Folie 38: Normalparabel

Definition

Die Normalparabel ist der Graph der Funktion $f(x)=x^2$. Sie hat den Scheitelpunkt $S(0|0)$ und ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=x^2$

Merksatz

x und $-x$ liefern denselben Funktionswert.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

147. $x=-2,-1,0,1,2$.
148. $f(x)=4,1,0,1,4$.
149. Punkte eintragen.
150. Parabel glatt durch die Punkte zeichnen.

Aufgabe

Berechne $f(-3)$, $f(0,5)$ und $f(4)$ für $f(x)=x^2$.

Musterlösung

151. $f(-3)=9$.
152. $f(0,5)=0,25$.
153. $f(4)=16$.

MSA-Tipp

Parabeln nicht mit geraden Linien zwischen wenigen Punkten zeichnen.

Folie 39: Streckung

Definition

Bei $f(x)=a \cdot x^2$ mit $|a|>1$ wird die Normalparabel in y-Richtung gestreckt und erscheint schmaler.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=a x^2, |a|>1$

Merksatz

Je größer $|a|$, desto schmaler die Parabel.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 154. $f(x)=3x^2$.
- 155. $f(0)=0$.
- 156. $f(1)=3, f(2)=12$.
- 157. Verglichen mit x^2 sind alle y-Werte verdreifacht.

Aufgabe

Vergleiche $f(x)=x^2$ und $g(x)=4x^2$ bei $x=1$ und $x=2$.

Musterlösung

- 158. $f(1)=1, g(1)=4$.
- 159. $f(2)=4, g(2)=16$.
- 160. g ist um Faktor 4 gestreckt und schmaler.

MSA-Tipp

Streckung bezieht sich auf y-Werte, nicht auf die x-Werte.

Folie 40: Stauchung

Definition

Bei $f(x)=a \cdot x^2$ mit $0 < |a| < 1$ wird die Parabel in y-Richtung gestaucht und erscheint breiter.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=a x^2, 0 < |a| < 1$

Merksatz

Kleinere Beträge von a machen die Parabel breiter.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 161. $f(x)=0,25x^2$.
- 162. $f(0)=0$.
- 163. $f(2)=1$.
- 164. $f(4)=4$; die y-Werte sind ein Viertel der Normalparabel.

Aufgabe

Berechne $g(2)$ und $g(6)$ für $g(x)=0,5x^2$ und beschreibe den Graphen.

Musterlösung

- 165. $g(2)=2$.
- 166. $g(6)=18$.
- 167. Da $0 < 0,5 < 1$, ist die Parabel breiter als die Normalparabel.

MSA-Tipp

Stauchung nicht mit Verschiebung verwechseln.

