

Band 2 – Funktionen

Teil A: Folien 1–20

Vollständiges Lehrerhandbuch mit Definitionen, Formeln, Beispielen, Aufgaben und Lösungen

© F. Mohajerani | Schuljahr 2026/27

Inhalt

1. Folie 1: Titelfolie
2. Folie 2: Inhaltsverzeichnis
3. Folie 3: Zuordnungen
4. Folie 4: Darstellungsformen
5. Folie 5: Koordinatensystem
6. Folie 6: Punkte eintragen
7. Folie 7: Steigung
8. Folie 8: Steigungsdreieck
9. Folie 9: y-Achsenabschnitt
10. Folie 10: Lineare Funktion
11. Folie 11: Funktionsgleichung
12. Folie 12: Wertetabelle
13. Folie 13: Graph zeichnen
14. Folie 14: Graph interpretieren
15. Folie 15: Proportionale Funktionen
16. Folie 16: Antiproportionale Funktionen
17. Folie 17: Direkte Proportionalität
18. Folie 18: Dreisatz mit Funktionen
19. Folie 19: Nullstelle
20. Folie 20: Schnittpunkt

Folie 1: Titelfolie

Definition

Diese Auftaktfolie kennzeichnet Band 2 der Unterrichtsreihe und ordnet das Thema Funktionen in die Sekundarstufe I ein.

Wichtige Formel(n)

- **Leitidee:** Eine Funktion ordnet jedem zulässigen x -Wert genau einen y -Wert zu.

Merksatz

Funktionen beschreiben Abhängigkeiten zwischen Größen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

21. Beispielkontext: Ein Taxi verlangt 4 € Grundpreis und 2 € pro Kilometer.
22. Abhängige Größe: Fahrpreis y .
23. Unabhängige Größe: Strecke x .
24. Modell: $y = 2x + 4$.

Aufgabe

Nenne zu einem selbst gewählten Alltagsbeispiel die unabhängige und die abhängige Größe.

Musterlösung

25. Beispiel: Eintrittspreis eines Schwimmbads mit 5 € Grundpreis und 2 € pro Stunde.
26. Unabhängige Größe: Aufenthaltsdauer x .
27. Abhängige Größe: Kosten y .
28. Funktion: $y = 2x + 5$.

MSA-Tipp

Bei MSA-Aufgaben zuerst klären, welche Größe von welcher abhängt.

Folie 2: Inhaltsverzeichnis

Definition

Das Inhaltsverzeichnis gibt einen strukturierten Überblick über die Teilgebiete des Bandes: Zuordnungen, lineare, quadratische und exponentielle Funktionen sowie Funktionsanalyse.

Wichtige Formel(n)

- **Kapitelstruktur: Grundlagen → lineare Funktionen → quadratische Funktionen → exponentielle Funktionen → Analyse und MSA-Training.**

Merksatz

Ein guter Überblick hilft, bekannte und neue Inhalte miteinander zu verknüpfen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

29. Ordne die Themen Steigung, Scheitelpunkt und Wachstumsfaktor den passenden Funktionstypen zu.
30. Steigung gehört vor allem zu linearen Funktionen.
31. Scheitelpunkt gehört zu quadratischen Funktionen.
32. Wachstumsfaktor gehört zu exponentiellen Funktionen.

Aufgabe

Ordne Nullstelle, y-Achsenabschnitt, Diskriminante und Wachstumsfaktor den richtigen Kapiteln zu.

Musterlösung

33. Nullstelle: allgemeine Funktionsanalyse.
34. y-Achsenabschnitt: lineare Funktionen.
35. Diskriminante: quadratische Funktionen.
36. Wachstumsfaktor: exponentielle Funktionen.

MSA-Tipp

Nutze die Kapitelübersicht zur gezielten Wiederholung vor Prüfungen.

Folie 3: Zuordnungen

Definition

Eine Zuordnung verbindet Werte einer Ausgangsmenge mit Werten einer Zielmenge. Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung: Jedem x-Wert wird genau ein y-Wert zugeordnet.

Wichtige Formel(n)

- **Schreibweise:** $x \mapsto y$
- **Funktion:** $y = f(x)$

Merksatz

Eine Funktion darf zu einem x-Wert nicht zwei verschiedene y-Werte liefern.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

37. Gegeben: $f(x) = 2x + 1$.
38. Setze $x = 3$ ein: $f(3) = 2 \cdot 3 + 1$.
39. Rechne: $f(3) = 7$.
40. Zuordnung: $3 \mapsto 7$.

Aufgabe

Prüfe, ob die Zuordnung $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 4, 2 \mapsto 5$ eine Funktion ist.

Musterlösung

41. Der x-Wert 2 wird zwei verschiedenen y-Werten zugeordnet.
42. Damit ist die Zuordnung nicht eindeutig.
43. Ergebnis: keine Funktion.

MSA-Tipp

In Diagrammen den Senkrechentest verwenden: Jede senkrechte Linie darf den Graphen höchstens einmal schneiden.

Folie 4: Darstellungsformen

Definition

Funktionen können als Text, Tabelle, Gleichung, Pfeildiagramm oder Graph dargestellt werden. Alle Darstellungen beschreiben denselben Zusammenhang.

Wichtige Formel(n)

- **Tabelle:** $(x, f(x))$
- **Gleichung:** $f(x)=mx+b$

Merksatz

Wechsle sicher zwischen Text, Tabelle, Gleichung und Graph.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

44. Text: Pro Kilometer entstehen 3 € Kosten plus 5 € Grundgebühr.
45. Gleichung: $K(x)=3x+5$.
46. Tabelle: $x=0 \rightarrow 5$; $x=1 \rightarrow 8$; $x=2 \rightarrow 11$.
47. Graph: Gerade durch $(0|5)$, $(1|8)$, $(2|11)$.

Aufgabe

Stelle $f(x)=-2x+4$ als Wertetabelle für $x=-1,0,1,2$ dar.

Musterlösung

48. $f(-1)=-2 \cdot (-1)+4=6$.
49. $f(0)=4$.
50. $f(1)=2$.
51. $f(2)=0$.
52. Tabelle: $(-1|6), (0|4), (1|2), (2|0)$.

MSA-Tipp

In MSA-Aufgaben werden häufig Darstellungen gewechselt; achte auf Einheiten und Achsenbeschriftungen.

Folie 5: Koordinatensystem

Definition

Ein kartesisches Koordinatensystem besteht aus einer waagerechten x-Achse und einer senkrechten y-Achse. Ihr Schnittpunkt ist der Ursprung $O(0|0)$.

Wichtige Formel(n)

- **Punktnotation:** $P(x|y)$
- **Quadranten:** I(+,+), II(-,+), III(-,-), IV(+,-)

Merksatz

Zuerst in x-Richtung, dann in y-Richtung gehen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

53. Punkt $P(-3|2)$ eintragen.
54. Vom Ursprung 3 Einheiten nach links gehen.
55. Danach 2 Einheiten nach oben gehen.
56. Der Punkt liegt im II. Quadranten.

Aufgabe

In welchem Quadranten liegt $Q(4|-5)$?

Musterlösung

57. $x=4$ ist positiv: nach rechts.
58. $y=-5$ ist negativ: nach unten.
59. Der Punkt liegt im IV. Quadranten.

MSA-Tipp

Vor dem Ablesen immer Skalierung und Achsenbeschriftung kontrollieren.

Folie 6: Punkte eintragen

Definition

Ein Punkt wird durch ein geordnetes Zahlenpaar $P(x|y)$ beschrieben. Die Reihenfolge der Koordinaten ist fest: zuerst x, dann y.

Wichtige Formel(n)

- $P(x|y)$

Merksatz

x vor y: erst waagerecht, dann senkrecht.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

60. Trage $A(2|3)$, $B(-1|4)$, $C(-2|-3)$ ein.

61. A: 2 rechts, 3 hoch.

62. B: 1 links, 4 hoch.

63. C: 2 links, 3 runter.

Aufgabe

Gib die Koordinaten eines Punktes an, der 3 Einheiten rechts und 2 Einheiten unter dem Ursprung liegt.

Musterlösung

64. Rechts bedeutet $x=3$.

65. Unterhalb bedeutet $y=-2$.

66. Gesuchter Punkt: $P(3|-2)$.

MSA-Tipp

Koordinaten immer mit Trennstrich und Klammern notieren: $P(3|-2)$.

Folie 7: Steigung

Definition

Die Steigung m gibt an, wie stark sich y verändert, wenn x um eine Einheit zunimmt. Sie ist das Verhältnis aus Höhenänderung und Breitenänderung.

Wichtige Formel(n)

- $m = \Delta y / \Delta x$
- $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

Merksatz

Positive Steigung: Graph steigt; negative Steigung: Graph fällt.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

67. A(1|2), B(5|10).

68. $\Delta y = 10 - 2 = 8$.

69. $\Delta x = 5 - 1 = 4$.

70. $m = 8 / 4 = 2$.

Aufgabe

Berechne die Steigung der Geraden durch P(-2|5) und Q(4|-1).

Musterlösung

71. $\Delta y = -1 - 5 = -6$.

72. $\Delta x = 4 - (-2) = 6$.

73. $m = -6 / 6 = -1$.

MSA-Tipp

Bei der Steigungsformel dieselbe Punktreihenfolge im Zähler und Nenner verwenden.

Folie 8: Steigungsdreieck

Definition

Ein Steigungsdreieck veranschaulicht die waagerechte Änderung Δx und die senkrechte Änderung Δy zwischen zwei Punkten einer Geraden.

Wichtige Formel(n)

- $m = \text{Höhe/Breite} = \Delta y / \Delta x$

Merksatz

Das Steigungsdreieck kann an jeder Stelle derselben Geraden eingezeichnet werden.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

74. Gehe auf der Geraden 3 Einheiten nach rechts.
75. Dabei geht der Graph 6 Einheiten nach oben.
76. $\Delta x = 3$, $\Delta y = 6$.
77. $m = 6/3 = 2$.

Aufgabe

Eine Gerade fällt bei 4 Schritten nach rechts um 2 Einheiten. Bestimme m .

Musterlösung

78. $\Delta x = 4$.
79. Fallen bedeutet $\Delta y = -2$.
80. $m = -2/4 = -1/2$.

MSA-Tipp

Vorzeichen beachten: Nach unten bedeutet eine negative Höhenänderung.

Folie 9: y-Achsenabschnitt

Definition

Der y-Achsenabschnitt b ist der y-Wert, an dem eine Gerade die y-Achse schneidet. Dort gilt $x=0$.

Wichtige Formel(n)

- Lineare Funktion: $y=mx+b$
- $b=f(0)$

Merksatz

Der y-Achsenabschnitt ist der Startwert einer linearen Funktion.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

81. Gegeben: $f(x)=-3x+7$.
82. Setze $x=0$: $f(0)=-3\cdot 0+7$.
83. $f(0)=7$.
84. Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0|7)$.

Aufgabe

Bestimme den y-Achsenabschnitt von $g(x)=4x-9$.

Musterlösung

85. Vergleiche mit $y=mx+b$.
86. Hier ist $b=-9$.
87. Schnittpunkt: $(0|-9)$.

MSA-Tipp

Bei Sachaufgaben entspricht b häufig einer Grundgebühr oder einem Anfangsbestand.

Folie 10: Lineare Funktion

Definition

Eine lineare Funktion hat die Form $f(x)=mx+b$. Ihr Graph ist eine Gerade. m beschreibt die Steigung, b den y-Achsenabschnitt.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=mx+b$

Merksatz

m verändert die Richtung und Steilheit, b verschiebt die Gerade nach oben oder unten.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

88. $f(x)=2x-3$.
89. $b=-3$: Punkt $(0|-3)$ markieren.
90. $m=2=2/1$: 1 nach rechts, 2 nach oben.
91. Zweiten Punkt markieren und Gerade zeichnen.

Aufgabe

Zeichne $h(x)=-1/2x+2$ mithilfe von b und m .

Musterlösung

92. $b=2$: Startpunkt $(0|2)$.
93. $m=-1/2$: 2 nach rechts, 1 nach unten.
94. Zweiter Punkt $(2|1)$.
95. Gerade durch beide Punkte zeichnen.

MSA-Tipp

Bei linearen Graphen reichen zwei verschiedene Punkte zum Zeichnen.

Folie 11: Funktionsgleichung

Definition

Eine Funktionsgleichung beschreibt rechnerisch, wie aus einem x-Wert der zugehörige y-Wert entsteht.

Wichtige Formel(n)

- $y=f(x)$
- linear: $f(x)=mx+b$

Merksatz

Die Gleichung ist eine Rechengvorschrift.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

96. $f(x)=3x-2$; gesucht $f(4)$.

97. $x=4$ einsetzen.

98. $f(4)=3 \cdot 4 - 2$.

99. $f(4)=10$.

Aufgabe

Berechne $g(-3)$ für $g(x)=-2x+5$.

Musterlösung

100. $x=-3$ einsetzen.

101. $g(-3)=-2 \cdot (-3) + 5$.

102. $g(-3)=6+5=11$.

MSA-Tipp

Negative x-Werte immer in Klammern einsetzen.

Folie 12: Wertetabelle

Definition

Eine Wertetabelle listet ausgewählte x-Werte und die zugehörigen Funktionswerte $f(x)$ auf. Sie dient zum Zeichnen und Untersuchen von Graphen.

Wichtige Formel(n)

- $y=f(x)$

Merksatz

Jede Tabellenzeile bildet einen Punkt $(x|f(x))$.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

103. $f(x)=x^2-1$; $x=-2,-1,0,1,2$.
104. $f(-2)=4-1=3$.
105. $f(-1)=1-1=0$; $f(0)=-1$.
106. Wegen Symmetrie: $f(1)=0$, $f(2)=3$.

Aufgabe

Erstelle eine Wertetabelle für $f(x)=2x+1$ mit $x=-2,0,2,4$.

Musterlösung

107. $f(-2)=-4+1=-3$.
108. $f(0)=1$.
109. $f(2)=5$.
110. $f(4)=9$.

MSA-Tipp

Wertetabellen vollständig beschriften und Rechenschritte bei schwierigen Werten zeigen.

Folie 13: Graph zeichnen

Definition

Der Graph einer Funktion ist die Menge aller Punkte $(x|f(x))$ im Koordinatensystem.

Wichtige Formel(n)

- $P(x|f(x))$

Merksatz

Wertetabelle erstellen, Punkte eintragen, passend verbinden.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

111. $f(x) = -x + 3$.
112. Wähle $x = 0, 1, 3$.
113. Punkte: $(0|3), (1|2), (3|0)$.
114. Punkte mit einer Geraden verbinden.

Aufgabe

Zeichne $f(x) = 1/2x - 1$ für $-2 \leq x \leq 4$.

Musterlösung

115. Wähle z. B. $x = -2, 0, 2, 4$.
116. Funktionswerte: $-2, -1, 0, 1$.
117. Punkte eintragen.
118. Gerade durch die Punkte zeichnen.

MSA-Tipp

Achsenmaßstab gleichmäßig wählen und Graphen eindeutig beschriften.

Folie 14: Graph interpretieren

Definition

Beim Interpretieren eines Graphen werden Werte, Anstiegs- oder Abnahmeverhalten, Achsenschnittpunkte und besondere Punkte im Sachzusammenhang erklärt.

Wichtige Formel(n)

- **Steigung = Änderungsrate**
- **y-Achsenabschnitt = Anfangswert**

Merksatz

Nicht nur ablesen, sondern die Bedeutung mit Einheit formulieren.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

119. Ein Wassertank enthält anfangs 500 l und verliert pro Stunde 40 l.
120. $b=500$ bedeutet Anfangsbestand 500 l.
121. $m=-40$ bedeutet Abnahme um 40 l pro Stunde.
122. Nullstelle: Zeitpunkt, an dem der Tank leer ist.

Aufgabe

Ein Graph startet bei 20 °C und steigt pro Minute um 3 °C. Erkläre b und m.

Musterlösung

123. $b=20\text{ °C}$ ist die Anfangstemperatur.
124. $m=3\text{ °C/min}$ ist die Temperaturzunahme je Minute.
125. Die Temperatur wächst linear.

MSA-Tipp

Antworten in vollständigen Sätzen mit Einheiten geben.

Folie 15: Proportionale Funktionen

Definition

Eine proportionale Funktion ist eine lineare Funktion ohne y-Achsenabschnitt. Ihr Graph verläuft durch den Ursprung.

Wichtige Formel(n)

- $y=kx$
- $k=y/x$

Merksatz

Verdoppelt sich x, verdoppelt sich auch y.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

126. 3 kg Äpfel kosten 7,50 €.
127. $k=7,50/3=2,50$ €/kg.
128. Kostenfunktion: $K(x)=2,5x$.
129. Für 5 kg: $K(5)=12,50$ €.

Aufgabe

4 Hefte kosten 6 €. Bestimme die proportionale Kostenfunktion und den Preis für 10 Hefte.

Musterlösung

130. $k=6/4=1,50$ € pro Heft.
131. $K(x)=1,5x$.
132. $K(10)=15$ €.

MSA-Tipp

Proportionalität nur annehmen, wenn der Graph durch den Ursprung geht.

Folie 16: Antiproportionale Funktionen

Definition

Bei einer antiproportionalen Zuordnung bleibt das Produkt aus x und y konstant. Der Graph ist eine Hyperbel.

Wichtige Formel(n)

- $y=k/x$
- $x \cdot y=k$

Merksatz

Wird x verdoppelt, halbiert sich y .

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 133. 6 Arbeiter benötigen 12 Tage.
- 134. $k=6 \cdot 12=72$ Arbeiter-Tage.
- 135. Für 8 Arbeiter: $y=72/8$.
- 136. Benötigte Zeit: 9 Tage.

Aufgabe

Eine Strecke wird mit 60 km/h in 4 Stunden gefahren. Wie lange dauert sie bei 80 km/h?

Musterlösung

- 137. Konstantes Produkt: $60 \cdot 4=240$.
- 138. $t=240/80=3$.
- 139. Fahrzeit: 3 Stunden.

MSA-Tipp

Prüfe, ob ein konstantes Produkt vorliegt; dann ist die Zuordnung antiproportional.

Folie 17: Direkte Proportionalität

Definition

Direkte Proportionalität bedeutet, dass das Verhältnis y/x konstant ist. Sie wird durch $y=kx$ beschrieben.

Wichtige Formel(n)

- $k=y/x$
- $y=kx$

Merksatz

Gleicher Faktor bei x und y.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

140. x wird von 2 auf 6 verdreifacht.
141. Bei $k=4$ gilt $y(2)=8$.
142. Dann $y(6)=24$.
143. Auch y wurde verdreifacht.

Aufgabe

Prüfe die Wertepaare (2|5), (4|10), (7|17,5) auf Proportionalität.

Musterlösung

144. $5/2=2,5$.
145. $10/4=2,5$.
146. $17,5/7=2,5$.
147. Das Verhältnis ist konstant: proportional mit $k=2,5$.

MSA-Tipp

Bei Tabellen Quotienten y/x vergleichen.

Folie 18: Dreisatz mit Funktionen

Definition

Der Dreisatz bestimmt bei proportionalen Zusammenhängen zunächst den Wert für eine Einheit und anschließend den gesuchten Wert.

Wichtige Formel(n)

- Einheitswert $k=y/x$
- Gesuchter Wert: $y=kx$

Merksatz

Erst auf 1, dann auf den Zielwert.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

148. 8 Tickets kosten 52 €.
149. Preis pro Ticket: $52/8=6,50$ €.
150. Preis für 13 Tickets: $13 \cdot 6,50$ €.
151. Ergebnis: 84,50 €.

Aufgabe

5 m Stoff kosten 37,50 €. Wie viel kosten 12 m?

Musterlösung

152. Preis pro Meter: $37,50/5=7,50$ €.
153. Für 12 m: $12 \cdot 7,50=90$ €.
154. Ergebnis: 90 €.

MSA-Tipp

Im MSA den Rechenweg des Dreisatzes übersichtlich in Zeilen darstellen.

Folie 19: Nullstelle

Definition

Eine Nullstelle ist ein x -Wert, für den $f(x)=0$ gilt. Graphisch ist sie der Schnittpunkt mit der x -Achse.

Wichtige Formel(n)

- $f(x_0)=0$

Merksatz

Für Nullstellen setzt man den Funktionsterm gleich null.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

- 155. $f(x)=3x-12$.
- 156. Setze $f(x)=0$: $3x-12=0$.
- 157. $3x=12$.
- 158. $x=4$; Nullstelle $N(4|0)$.

Aufgabe

Bestimme die Nullstelle von $g(x)=-2x+10$.

Musterlösung

- 159. $-2x+10=0$.
- 160. $-2x=-10$.
- 161. $x=5$.
- 162. Nullstelle: $N(5|0)$.

MSA-Tipp

Nullstelle immer als x -Wert oder Punkt $N(x|0)$ angeben.

Folie 20: Schnittpunkt

Definition

Ein Schnittpunkt zweier Graphen liegt dort, wo beide Funktionen denselben x- und y-Wert besitzen.

Wichtige Formel(n)

- $f(x)=g(x)$

Merksatz

Gleichsetzen, x lösen, anschließend y berechnen.

Schritt-für-Schritt-Beispiel

163. $f(x)=2x+1$, $g(x)=-x+7$.

164. $2x+1=-x+7$.

165. $3x=6 \rightarrow x=2$.

166. $y=f(2)=5$; $S(2|5)$.

Aufgabe

Bestimme den Schnittpunkt von $f(x)=3x-4$ und $g(x)=x+2$.

Musterlösung

167. $3x-4=x+2$.

168. $2x=6 \rightarrow x=3$.

169. $y=3+2=5$.

170. $S(3|5)$.

MSA-Tipp

Den berechneten x-Wert in eine der beiden Funktionen einsetzen und Punkt angeben.

