

II Polynomfunktionen

Sind von einer Parabel drei beliebige Punkte bekannt, kann daraus mithilfe der **Hauptform** der zugehörige Funktionsterm ermittelt werden. Dazu muss ein **lineares Gleichungssystem (LGS)** gelöst werden. Liegt einer der Punkte auf der **y-Achse**, so hat dieses LGS eine einfachere Form.

Beispiel:

Vom Schaubild einer quadratischen Funktion f sind die Punkte $P(-1|3)$; $Q(0|2)$ und $R(2|-4)$ gegeben.

1 Ansatz

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Einsetzen:

$$P(-1|3): \quad a - b + c = 3$$

$$Q(0|2): \quad \quad \quad c = 2$$

$$R(2|-4): \quad 4a + 2b + c = -4$$

Also ist $c = 2$, das LGS vereinfacht sich und es folgt:

2 LGS lösen

$$a - b + 2 = 3$$

$$4a + 2b + 2 = -4$$

$$a - b = 1 \quad | \cdot (-4)$$

$$4a + 2b = -6 \quad | \leftarrow$$

$$a - b = 1 \quad |$$

$$6b = -10 \quad | : 6$$

3 Ergebnis

Dies ergibt $b = -\frac{5}{3}$.

$$a = 1 + b = -\frac{2}{3}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{3}x + 2$$

- 4 Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung der quadratischen Funktion f in Ihrem Heft.
- a) Die Punkte $P(0|3)$, $Q(-2|9)$ und $R(2|1)$ liegen auf dem Schaubild von f .
- b) Es ist $f(0) = -4$, $f(3) = -2$ und $x = 4$ ist eine Nullstelle von f .

Liegt keiner von den drei gegebenen Punkten des Schaubilds der quadratischen Funktion auf der **y-Achse**, so ist bei Verwendung der **Hauptform** ein LGS mit drei Unbekannten und drei Gleichungen zu lösen.

Beispiel: Die Punkte $P(1|1)$; $Q(2|3)$ und $R(4|16)$ liegen auf der Parabel.

1 Ansatz

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Einsetzen ergibt ein LGS:

$$P(1|1): \quad a - b + c = 1$$

$$Q(2|3): \quad 4a + 2b + c = 3$$

$$R(4|16): \quad 16a + 4b + c = 16$$

Auflösen der ersten Gleichung nach c und einsetzen.

2 LGS lösen

Eingesetzt in die 2. und

3. Gleichung:

$$4a + 2b + 1 - a - b = 3$$

$$16a + 4b + 1 - a - b = 16$$

$$3a + b = 2 \quad | \cdot (-5)$$

$$15a + 3b = 15 \quad | \leftarrow$$

$$3a + b = 2$$

$$-2b = 5$$

3 Ergebnis

Also ist $b = -2,5$.

Damit:

$$3a - 2,5 = 2; \quad a = 1,5$$

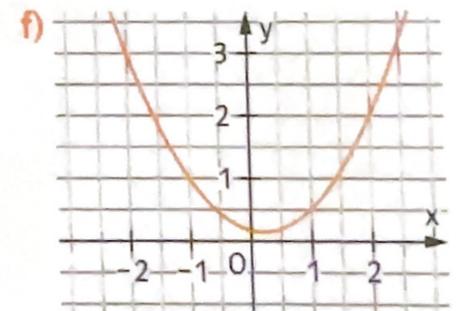
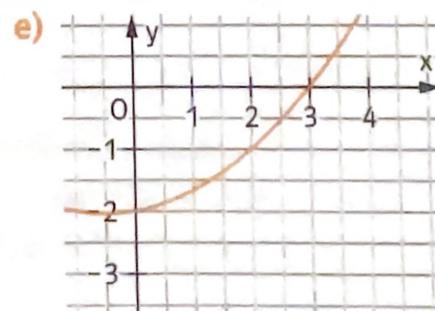
$$c = 1 - 1,5 - (-2,5); \quad c = 2$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = 1,5x^2 - 2,5x + 2$$

- 5 Bestimmen Sie einen Funktionsterm der quadratischen Funktion in Ihrem Heft.

- a) $P(-2|-4)$, $Q(3|3)$ und $R(8|0)$
- b) Es ist $f(-1) = 2$, $f(3) = 2$ und $f(9) = 20$.
- c) $P(3|-5)$, $Q(7|15)$; die Parabel schneidet die x -Achse an der Stelle 5.
- d) $P(-2|\frac{1}{3})$, $Q(3|-3)$ und $R(6|-9)$



- 6 Auf jedem Zettel befindet sich ein Teil einer Schülerlösung zur Bestimmung einer Polynomfunktion 2. Grades. Wie könnte die Aufgabe dazu lauten? Ermitteln Sie für jede Teilaufgabe einen Funktionsterm.

a) $7 = a(3+1)^2 - 2$

b) $5 = a(2-7)^2$

c) $-3 = a(2-4)(2-8)$

d)
$$\begin{aligned} c &= -1 \\ 9a - 3b + c &= 2 \\ 25a + 5b + c &= 12 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 4a + 2b + c &= -1 \\ 16a - 4b + c &= 2 \\ a - b + c &= 5 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 9a - 3b + c &= 14 \\ 25a + 5b + c &= -2 \\ 49a + 7b + c &= 4 \end{aligned}$$