

Gegenseitige Lage von Parabeln und Geraden

Eine Parabel und eine Gerade können verschiedene Lagen zueinander haben. Zur Untersuchung der **gegenseitigen Lage** setzt man die Gleichungen von Parabel und Gerade gleich. Die daraus entstehende quadratische Gleichung wird auf Lösbarkeit untersucht.

Beispiel: Die quadratische Funktion ist in drei Fällen: $f(x) = 0,5x^2 - x + 1,5$.

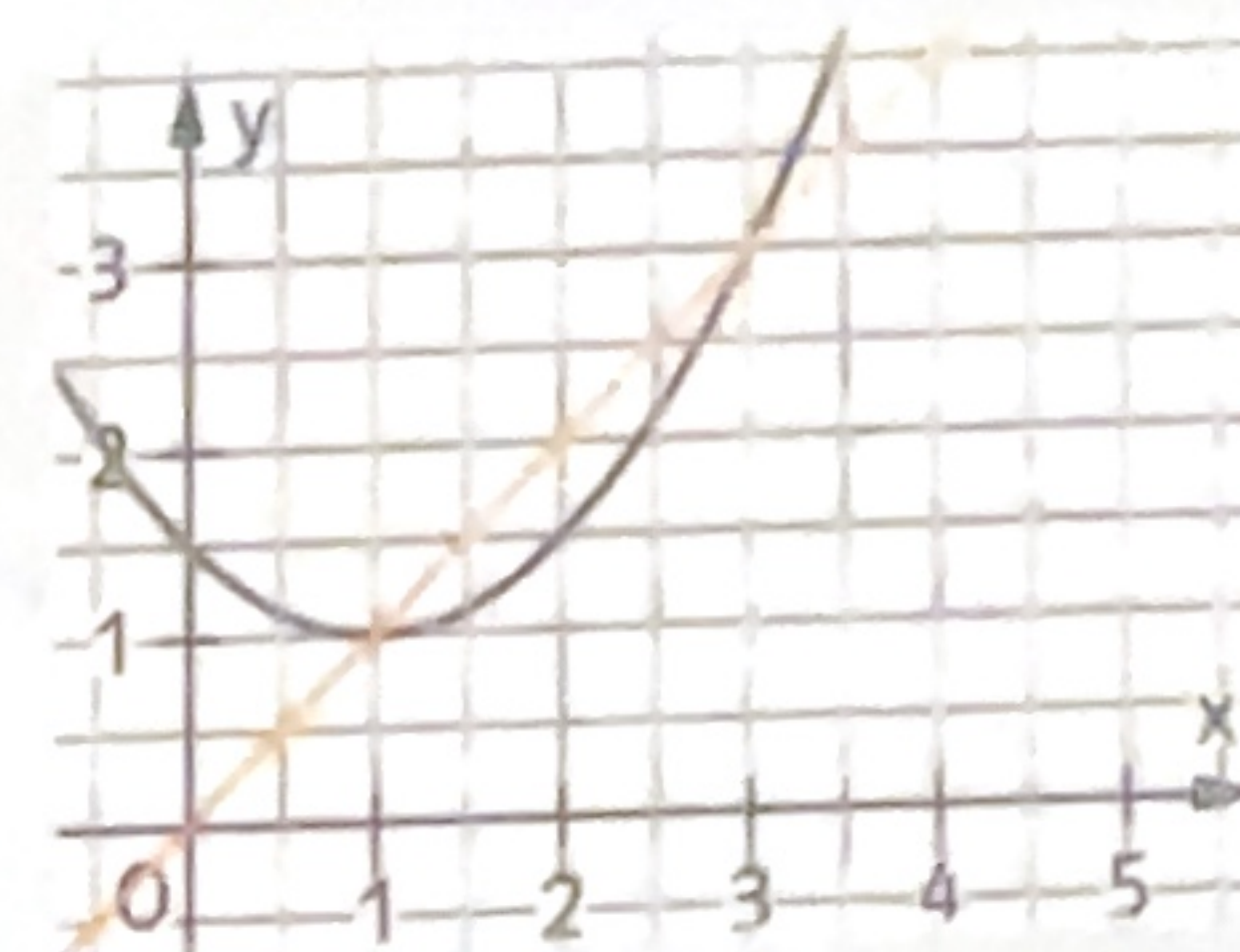
1. Fall:

$$\begin{aligned} g(x) &= x \\ f(x) &= g(x) \\ 0,5x^2 - x + 1,5 &= x \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \end{aligned}$$

zwei Lösungen:

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 3 \\ g(1) &= 1; g(3) = 3 \\ S_1(1|1); S_2(3|3) \end{aligned}$$

Parabel und Gerade haben zwei **Schnittpunkte**. Die Gerade ist eine **Sekante** zur Parabel.



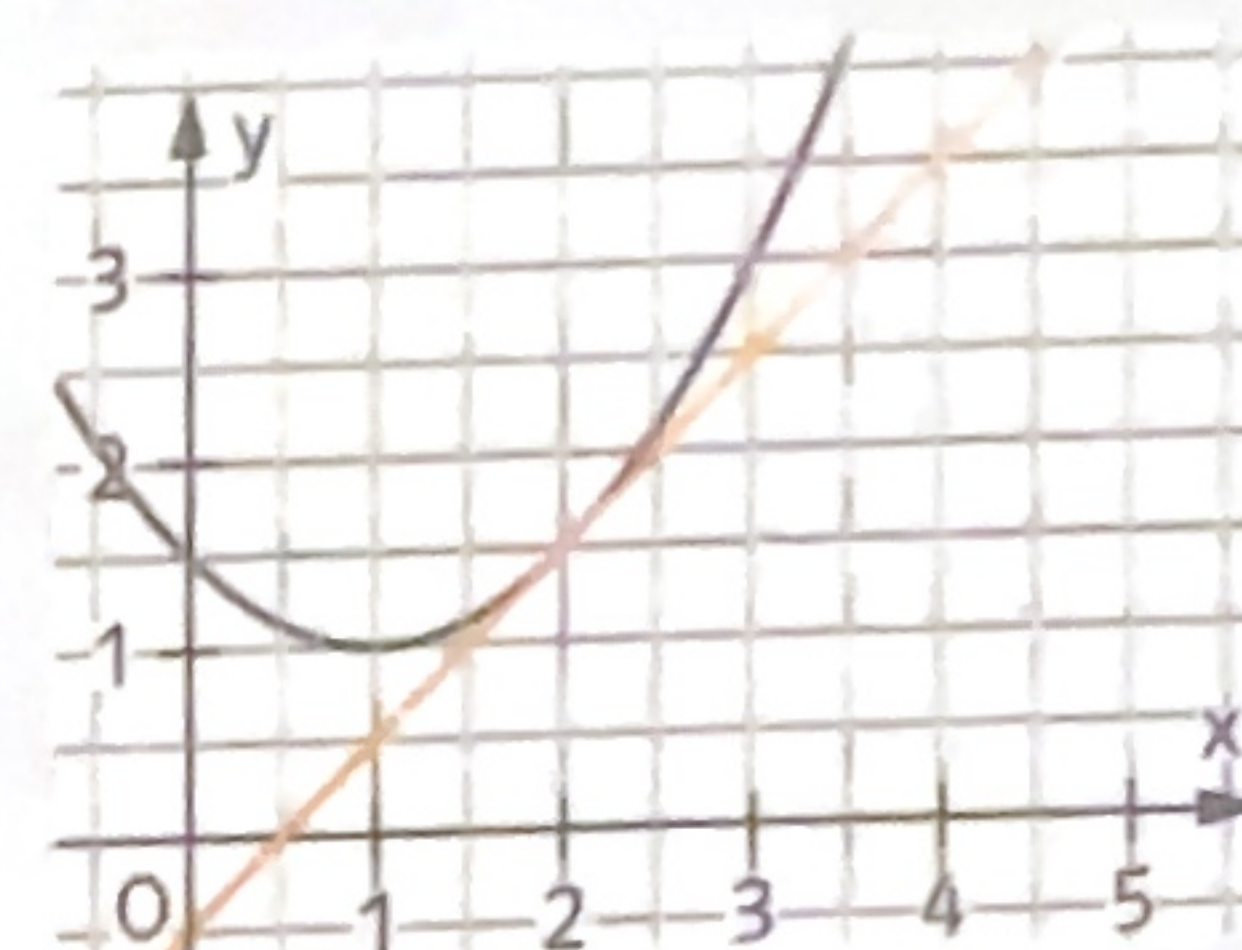
2. Fall:

$$\begin{aligned} g(x) &= x - 0,5 \\ f(x) &= g(x) \\ 0,5x^2 - x + 1,5 &= x - 0,5 \\ x^2 - 4x + 4 &= 0 \end{aligned}$$

genau eine Lösung:

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ f(2) &= 1,5 \\ B(2|1,5) \end{aligned}$$

Parabel und Gerade haben einen Punkt, den **Berührungspunkt**, gemeinsam. Die Gerade ist eine **Tangente** an der Parabel.

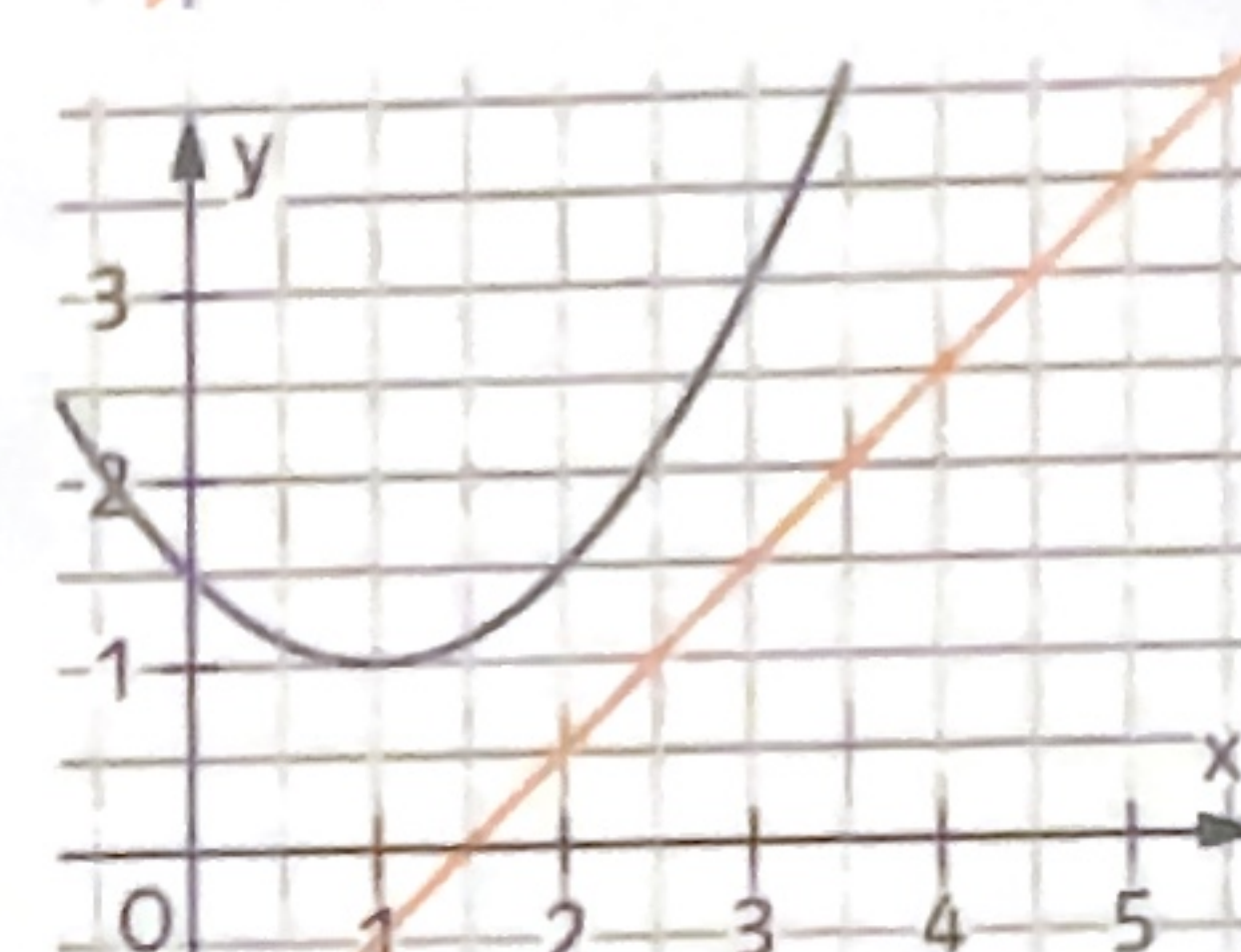


3. Fall:

$$\begin{aligned} g(x) &= x - 1,5 \\ f(x) &= g(x) \\ 0,5x^2 - x + 1,5 &= x - 1,5 \\ x^2 - 4x + 6 &= 0 \end{aligned}$$

keine Lösung

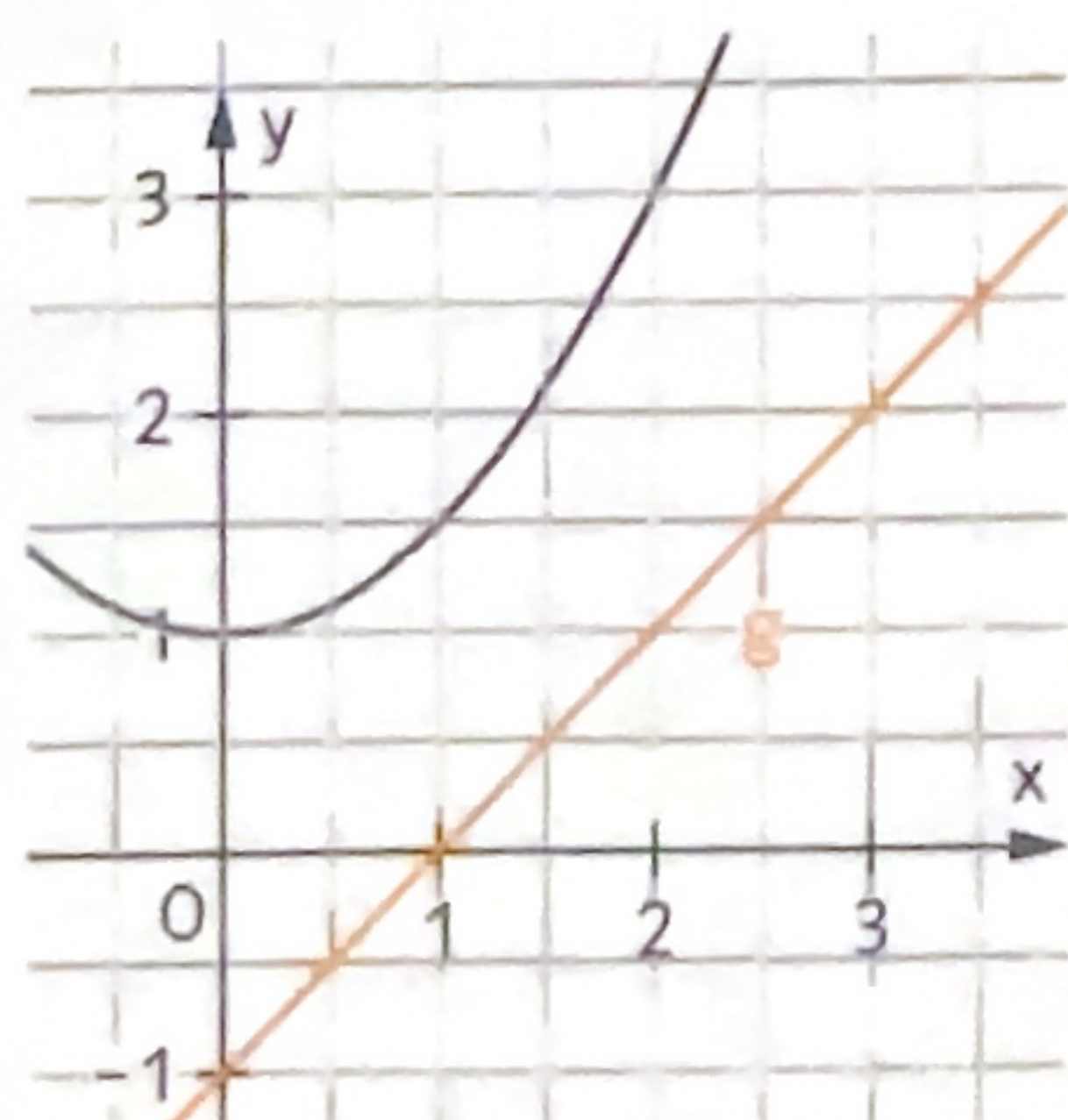
Parabel und Gerade haben keinen Punkt gemeinsam. Die Gerade ist eine **Pas-sante** zur Parabel.



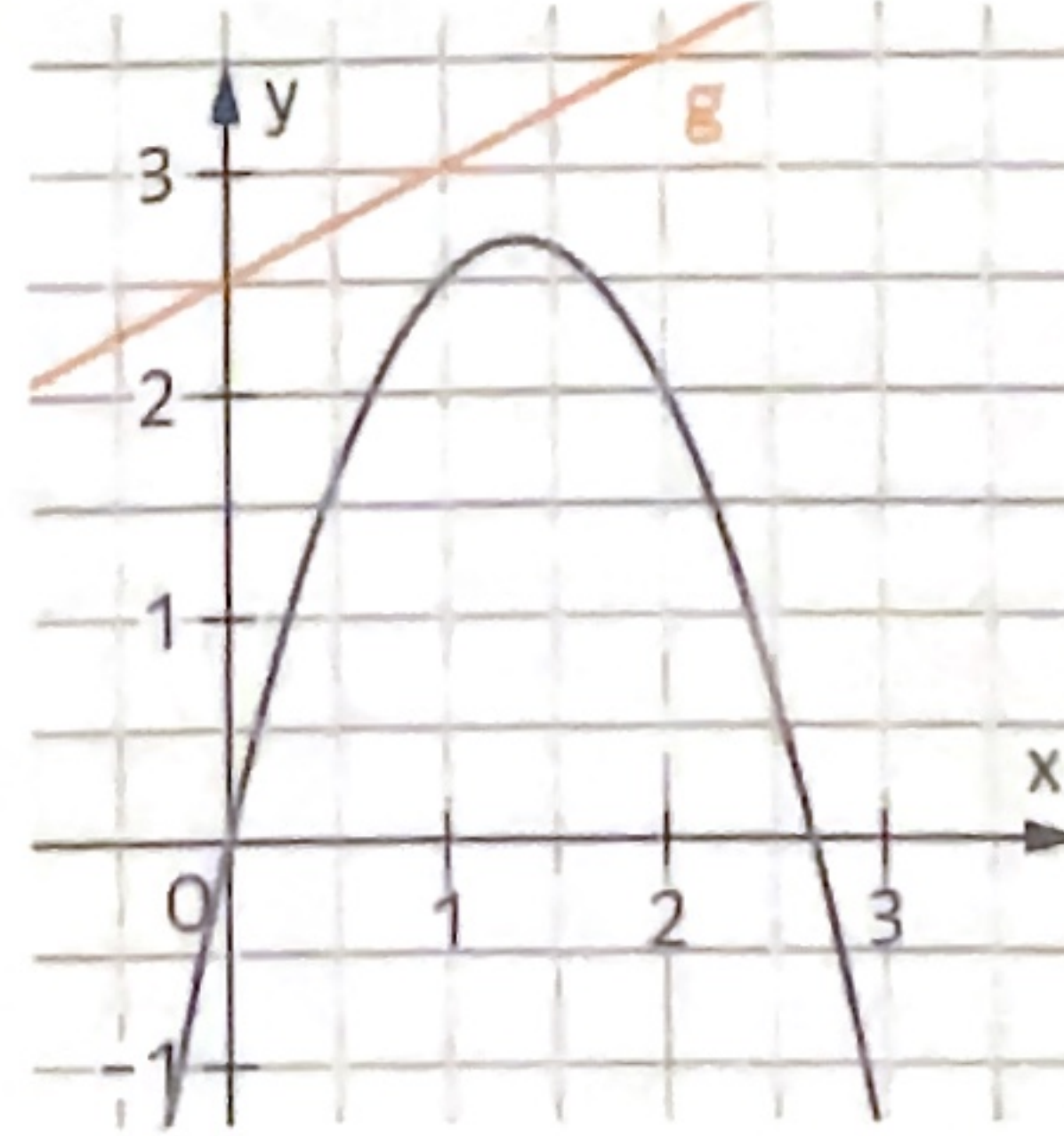
- 1** Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Parabel und der Geraden. Bestimmen Sie ggf. die Koordinaten des Berührungspunkts bzw. die Koordinaten der Schnittpunkte. Notieren Sie die Lösungen in Ihrem Heft.
- a) $f(x) = x^2$; $g(x) = 2x + 3$ b) $f(x) = x^2$; $g(x) = 6x - 9$ c) $f(x) = x^2$; $g(x) = 2x - 4$
d) $f(x) = 2x^2 - 7x - 4$; $g(x) = 5x - 8$ e) $f(x) = -3x^2 + 5$; $g(x) = -12x + 17$ f) $f(x) = x^2 - 3x$; $g(x) = -0,5x - 2$

2 Zeichnen Sie ...

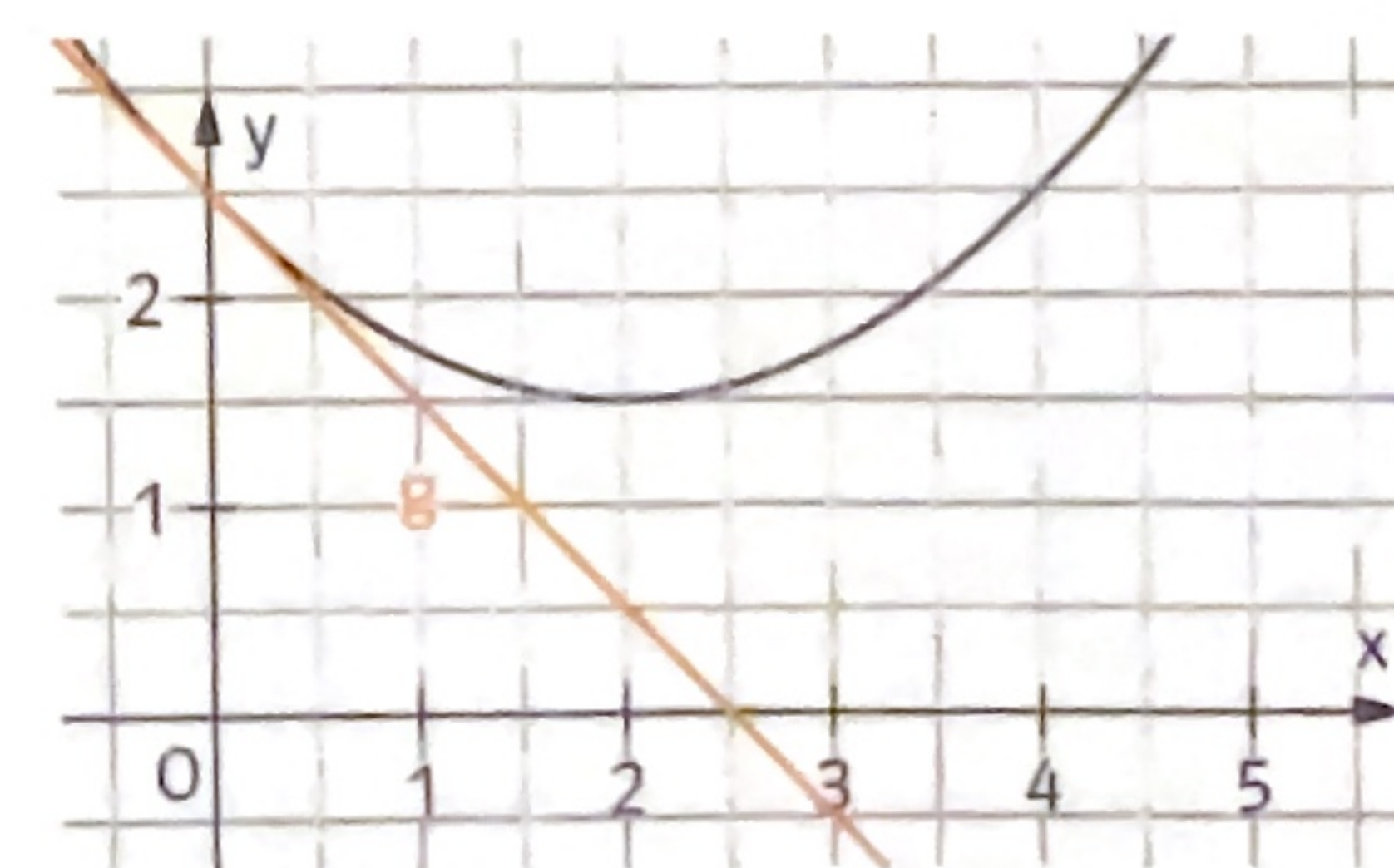
- a) ... eine zu g parallele Gerade, die Tangente zur Parabel ist. Geben Sie die Geradengleichung sowie die Koordinaten des Berührungspunktes an.



- b) ... eine zu g parallele Gerade, die durch den Punkt $S_1(2|2)$ der Parabel verläuft. Geben Sie die Koordinaten des weiteren Schnittpunktes an.



- c) ... eine weitere Gerade, die durch den Punkt $P(2|0,5)$ geht und Tangente an die Parabel ist. Geben Sie beide Geradengleichungen und die Koordinaten der Berührungspunkte an.



3 Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind.

- a) Eine Tangente an die Normalparabel kann nicht durch den Punkt $P(1|2)$ gehen.
b) Jede Parabel hat eine horizontale Tangente.
c) Das Schaubild von $f(x) = x^2 - 4$ hat mit Gerade $y = 2x - 8$ keine gemeinsamen Punkte.
d) Es gibt eine Tangente an die Parabel, die zwei Punkte mit der Parabel gemeinsam hat.

richtig	falsch
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐