

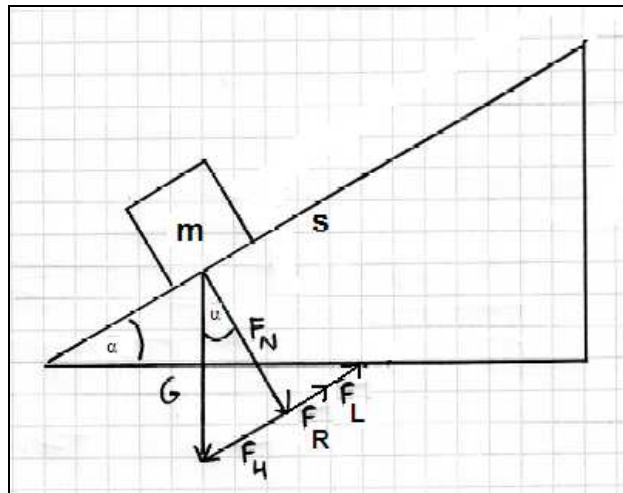
Physikaufgaben

Mechanik

Schiefe Ebene

Aufgabe: Auf einer schiefen Ebene mit Steigungswinkel $\alpha = 30^\circ$ befindet sich eine Masse $M = 10$ kg, die von einer Masse $m = 6$ kg, die zu Boden fällt, über ein Seil reibungsfrei beschleunigt wird. Wie groß ist diese Beschleunigung?

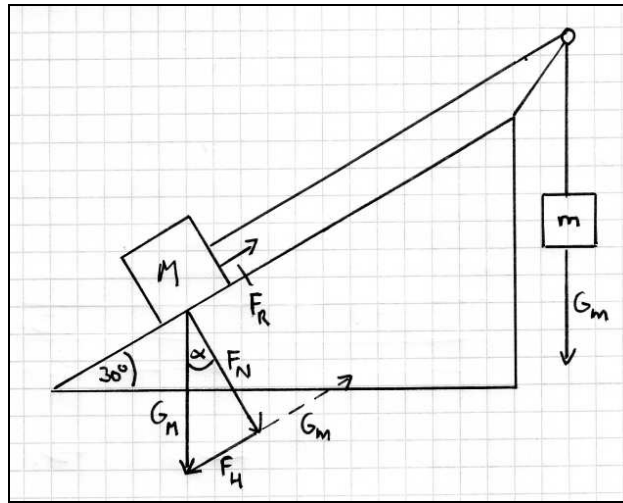
Lösung: I. Allgemein gilt die folgende Situation: Auf einer schiefen Ebene, die mit dem Winkel α zur Erdoberfläche geneigt ist, liegt eine Masse m , die reibungsfrei und ohne Luftwiderstand bzw. mit Reibung und Luftwiderstand auf der schiefen Ebene sich nach unten bewegt.



Dann gilt mit m [kg] als Masse, a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung, $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ als Erdbeschleunigung, F [$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$] als Kraft:

Gewichtskraft $G = m \cdot g$ [N] Hangabtriebskraft $F_H = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ [N] (parallel zur schiefen Ebene) Normalkraft $F_N = G \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ [N] (senkrecht zur schiefen Ebene)
Hangabtriebsbeschleunigung $a_H = \frac{F_H}{m} = g \cdot \sin \alpha$ [$\frac{m}{s^2}$] Geschwindigkeit der Masse $v = a_H t$ [$\frac{m}{s}$], $t = \frac{v}{a_H}$ [s], $v = \sqrt{2a_H s}$ [$\frac{m}{s}$]

II. Wir haben damit die Voraussetzungen, um die Aufgabe zu lösen. Dazu betrachten wir die folgende Skizze:



II. Wir berechnen die Hangabtriebskraft der größeren Masse $M = 10 \text{ kg}$: Aus der Gewichtskraft $G_M = 10 \cdot 9,81 \text{ N} = 98,1 \text{ N}$

und dem Steigungswinkel $\alpha = 30^\circ$ ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck aus Gewichts-, Normal- und Hangabtriebskraft F_H mit G_M als Hypotenuse und F_H als Gegenkathete:

$$\sin \alpha = \frac{F_H}{G_M} \Rightarrow F_H = G_M \cdot \sin \alpha = 98,1 \cdot \sin 30^\circ \text{ N} = 98,1 \cdot 0,5 \text{ N} = 49,05 \text{ N} .$$

III. Wir berechnen die Gewichtskraft der kleineren Masse $m = 6 \text{ kg}$ als:

$$G_m = 6 \cdot 9,81 \text{ N} = 58,86 \text{ N} .$$

IV. Es ergibt sich die Beschleunigung beider Massen: Da $G_m > F_H$ bewegt sich die Masse M tatsächlich die schiefe Ebene hinauf. Beide Massen M und m werden dabei beschleunigt gemäß der aus G_m und F_H resultierenden Kraft:

$$F_R = G_m - F_H = 58,86 \text{ N} - 49,05 \text{ N} = 9,81 \text{ N} .$$

Für die resultierende Kraft F_R gilt schließlich noch:

$$F_R = (M + m) \cdot a ,$$

so dass nach Umstellung dieser Formel gilt:

$$a = \frac{F_R}{M + m} = \frac{9,81}{10 + 6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{9,81}{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,6131 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$

Dies ist die gesuchte Beschleunigung, mit der sich beide Massen zusammen (die schiefe Ebene hinauf bzw. abwärts) bewegen.